

S16C. Autour de la PROPORTIONNALITE Corrigé

Mise en route

Des problèmes simples à résoudre mais aussi des procédures à analyser et à caractériser.

1. Plusieurs méthodes pour comparer et conclure que B est plus sucré que A.

- Comparer les proportions de sucre dans l'eau

$$\text{Bouteille A : } \frac{5}{4} = \frac{25}{20} = 125\% \qquad \text{Bouteille B : } \frac{7}{5} = \frac{28}{20} = 140\%$$

- Comparer les proportions d'eau par rapport au sucre

$$\text{Bouteille A : } \frac{4}{5} = \frac{28}{35} \qquad \text{Bouteille B : } \frac{5}{7} = \frac{25}{35}$$

Attention à la conclusion : B est donc plus sucré que A car il y a moins d'eau

- Ramener au même nombre de verres d'eau

Pour 20 verres, A : 25 morceaux de sucre B : 28 morceaux de sucre

- Prudence : certaines procédures sont fausses

- Il y a un écart de 1 entre 4 et 5, et un écart de 2 entre 5 et 7
- Procédures additives : $4+1=5$ et $5+1=6$ B a un sucre en plus
- Calculs des produits en croix et comparaison $28 > 25$ auquel on ne peut donner un sens !

eau	4	5
sucre	5	7

2. La tablette comporte 32 carreaux pour 200g.

Nombre de carreaux	32	$x ?$
Masse (g)	200	75

- Procédure arithmétique : la règle de trois $\frac{75 \times 32}{200} = 12$. Il faut prendre 12 carreaux.
- Procédure algébrique : égalité des produits en croix : $32 \times 75 = 200 \times x$ d'où $x = 12$
- Propriété de linéarité (scalaire)

Nombre de barres	8	2	1	$x ?$
Masse(g)	200	50	25	75

La tablette est composée de 8 barres pour 200g, il faut 3 barres pour 75g, soit 12 carreaux

- Coefficient de proportionnalité entre les deux grandeurs $200 : 32 = 6,25$ $75 : 6,2 = 12$
- Passage par l'unité

$200 : 32 = 6,25$ Donc un carreau pèse 6,25g Pour avoir 75g il faut : $75 : 6,2 = 12$ carreaux

3. La pièce comporte 56 carreaux à poser. Il y en a 20 de poser, il en reste donc 36.

Nombre de carreaux	20	36
Temps (min)	180	?

- Coefficient de proportionnalité entre les deux grandeurs : $180:20=9$ $36\times 9=324$

$324=5\times 60+24$ Il faut donc 324 minutes pour terminer le travail soit 5h 24 minutes.

Si on fait le calcul en heure, on trouve 5,4h qui se transforme en 5h et 0,4h soit $0,4\times 60=24$ minutes.

4. Si le côté du carré double en longueur, l'aire est multipliée par 4. Il lui faudra donc 4 fois plus de peinture soit 20kg.

5. Le mélange obtenu en mélangeant 6 verres de jus de tomate pour 10 verres d'eau gazeuse correspond à 16 verres de cocktail. Pour obtenir 24 verres, il faut donc multiplier toutes les proportions par 1,5 car $24=16\times 1,5$ ($24=16+8$), soit 9 verres de jus de tomate et 15 verres d'eau gazeuse.

6. Deux familles ont passé des vacances en pension dans le même hôtel avec les mêmes prestations. Les Dupont sont restés 4 jours, ils ont payé 500 euros pour trois personnes. Les Durand sont quatre, ils ont payé 860 euros pour 5 jours. Ils ont un doute sur leur facture : y a-t-il une erreur ?

Si l'on prend comme unité la nuitée (nuit par personne), les Dupont ont payé 500€ pour 12 nuitées et les Durand ont payé 860€ pour 20 nuitées. Pour les Dupont la nuitée revient à environ 41,67€ (ce qui ne paraît pas très cohérent), et pour les Durand la nuitée est à 43€. A ce prix, les Dupont auraient dû payer 516€.

7. Si l'on diminue l'arête d'un cube de 50%, c'est qu'on divise par 2 la longueur de cette arête. Le volume de

ce cube est alors divisé par 8. $V'=\frac{1}{8}V=0,125\times V=\frac{12,5}{100}\times V$

La réduction, égale au rapport $\frac{V'}{V}$ est donc de 12,5%.

8. L'écart entre les deux courses représente le coût des 6 km supplémentaires, puisque la prise en charge est la même dans les deux cas. Donc 9€ pour 6km, soit 1,5€ par km.

Pour 20 km, la course coûtera le prix de la course pour 10km augmenté du prix des 10km supplémentaires, soit 15€ de plus. Coût total : 35€

On peut aussi exprimer le prix de la course en fonction du nombre de km sous la forme $P(x)=ax+b$

avec $P(10)=a\times 10+b=20$ et $P(16)=a\times 16+b=29$ avec a le prix du km et b le montant de la prise en

charge. On a donc à résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 10a + b = 20 \\ 16a + b = 29 \end{cases}$$

La résolution du système par soustraction permet de trouver $6a=9$, soit $a=1,5$ et $b=5$.

Le prix du km est de 1,5€ et la prise en charge est de 5€. D'où pour 20km : $20\times 1,5+5=35$ €

9. Le montant de la promotion, en euros, est de $220-143=77$.

Pour calculer en % ce montant, il faut calculer le rapport de cette réduction par rapport au prix initial, soit

$$\frac{77}{220} \times 100 = 35. \text{ La réduction est donc de } 35\%.$$

10. En Octobre, la location d'un gîte est à 250€ la semaine. Aux vacances de Noël, elle augmente de 30%, elle passe donc à $250 + 250 \times \frac{30}{100} = 325$ €. Elle baisse à nouveau de 30% en Avril ; le montant de la

location est alors de $325 - 325 \times \frac{30}{100} = 227,5$ €.

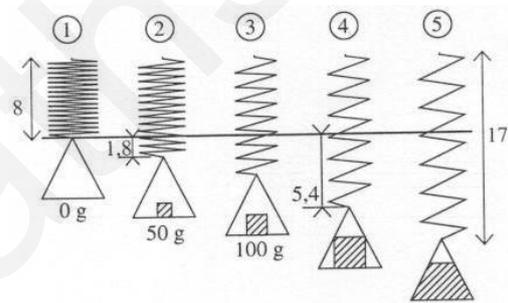
On remarque donc qu'une augmentation et réduction ne s'équilibrent pas !

- On peut aussi se dire qu'une augmentation de 30% revient à payer 130% du prix initial, soit multiplier ce prix par 1,3. De même une réduction de 30% revient à payer 70% du prix initial soit multiplier le prix en cours par 0,7. Ici augmentation et réduction successives reviennent donc à appliquer un coefficient de $1,3 \times 0,7 = 0,91$ au prix de départ, soit $250 \times 1,3 \times 0,7 = 227,5$, soit 227,50€.

Pour s'exercer

1.

ressort n°	1	2	3	4	5
Masse(g)	0	50	100	150	250
Allongement (cm)	0	1,8	3,6	5,4	9
Longueur du ressort (cm)	8	9,8	11,6	13,4	17



L'allongement étant proportionnel à la masse, si la masse double, l'allongement double aussi.

Le coefficient de proportionnalité s'obtient en divisant 1,8 par 50 soit 0,036.

La relation qui lie l'allongement et la masse suspendue (m) est la fonction linéaire f définie

par $f(m) = 0,036m$. La relation qui lie la longueur totale L du ressort et la masse suspendue est la fonction affine définie par $L = 0,036m + 8$. La longueur totale du ressort n'est pas proportionnelle à la masse suspendue.

2.

Peinture (en litres)	Quantité initiale	Premier mélange	Reste	Second mélange	Reste
Peinture blanche	20	6	14	9	5
Peinture bleue	8	3	5	4,5	0,5
Peinture jaune	10	4	6	6	0

×1,5

Le peintre peut donc faire 2,5 fois son mélange à partir de la quantité initiale, il n'aura alors plus de peinture jaune, et il lui restera 0,5 litre de peinture bleue et 5 litres de peinture blanche. Au total il aura réalisé 32,5 litres de peinture de couleur mélangée.

3. Le bénéfice de chaque associé étant proportionnel aux parts investies, il faut calculer la part de chacun par rapport au budget total de l'entreprise soit 120000€. La part de Pierre est de $\frac{30000}{120000} = \frac{1}{4} = 25\%$, la part de

Paul est de $\frac{43200}{120000} = 0,36 = 36\%$, celle de Jeanne est $\frac{46800}{120000} = 0,39 = 39\%$

Chacun touchera donc respectivement :

Pierre : $90000 \times 25\% = 22500$ € Paul : $90000 \times 36\% = 32400$ € Jeanne : $90000 \times 39\% = 35100$ €.

4. Le volume du bassin (en m^3) est de : $125 \times 12 \times 7 = 10500$ soit une contenance de 10500000 litres

Rappel : $1dm^3 = 1\text{litre}$, $1m^3 = 1000\text{litres}$ et $1\text{min} = 60s$

Le débit d'admission de l'eau, en $l \times s^{-1}$ est donc : $10500000 : 360 \approx 29167$ soit environ 30000 litres par seconde.

5. Soit d la longueur de la descente, la montée est alors $2d$, celle du trajet aller $3d$, celle du trajet retour $3d$ et celle du trajet aller-retour $6d$.

Rappel : $V = \frac{D}{T}$ $D = V \times T$ $T = \frac{D}{V}$

a. La durée (t) du trajet aller est de $t_{\text{aller}} = \frac{2d}{20} + \frac{d}{40} = \frac{5d}{40} = 0,125d$

La vitesse moyenne du cycliste sur le parcours aller est donc de : $v_{\text{aller}} = \frac{3d}{0,125d} = 24$ km/h

b. La durée (t) du trajet retour est de $t_{\text{retour}} = \frac{2d}{40} + \frac{d}{20} = \frac{4d}{40} = 0,1d$

La vitesse moyenne du cycliste sur le parcours retour est donc de : $v_{\text{retour}} = \frac{3d}{0,1d} = 30$ km/h

c. La durée totale du trajet est de $0,125d + 0,1d = 0,225d$ pour une distance aller-retour de $6d$.

La vitesse moyenne du cycliste sur le parcours aller-retour est donc égale à : $v_{\text{ar}} = \frac{6d}{0,225d} \approx 26,7$ km/h.

Prudence, la vitesse moyenne n'est pas égale à la moyenne des vitesses. Il faut calculer la distance totale parcourue et diviser par la durée totale du trajet...