S24C. Autour des SOLIDES usuels Corrigé

Mise en route[1]

A. Sphère

a. La droite (AB), perpendiculaire au plan *P* et passant par O, est perpendiculaire à toutes les droites du plan *P* passant par I, donc est perpendiculaire à [IC]. Le triangle OIC est donc rectangle, avec comme hypoténuse [OC] rayon du cercle, de mesure *R*.

b. Dans le triangle rectangle OIC, d'après le théorème de Pythagore $OI^2 + IC^2 = OC^2$. On sait que $OI = OA - IA = R - 2$ avec $IA = 2\ cm\ et\ IC = 4\ cm$.

On en déduit que $R^2 = (R-2)^2 + 4^2\ soit\ R^2 = R^2 - 4R + 20\ d'où\ R = 5cm$

↘ Il faut penser que tout segment joignant le centre à tout point de la surface de la sphère détermine un rayon, pas seulement celui noté *R* sur le dessin.

↘ Quel que soit le point M appartenant au petit cercle de centre I, le triangle OIM est un triangle rectangle en I. Quelque soit le point N appartenant au grand cercle de centre O, le triangle OIN est un triangle rectangle en O.

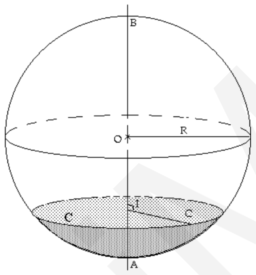


fig. A

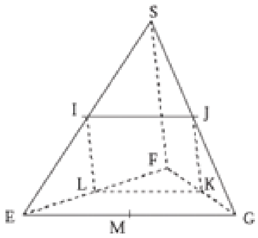


fig. B

B. Pyramide

On considère une pyramide SEFG. Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs de [SE], [SG], [GF], [EF] et [EG].

1. *a*. Dans le plan (SEF), on peut appliquer le théorème de la droite des milieux dans le triangle SEF, I et L sont les milieux respectifs des côtés [ES] et [EF]. On en déduit que (IL) est parallèle à la droite (SF) et $IL = \frac{1}{2}SF$. De même dans le plan (SFG), J et K sont les milieux respectifs des côtés [GS] et [GF] dans le triangle GSF, on en déduit que (JK) est parallèle à (SF) et $JK = \frac{1}{2}SF$. Les droites (IL) et (JK) étant parallèles à la même droite (SF), elles sont donc parallèles entre elles et $IL = JK = \frac{1}{2}SF$.

On en déduit que le quadrilatère IJKL a deux côtés opposés parallèles et de même longueur ; c'est donc un parallélogramme.

[1] D'après Rennes 1997, d'après Bordeaux 2000, D'après Caen 1996

b. De la même façon, le théorème de la droite des milieux permet de conclure aux égalités de longueurs suivantes : $IJ = \frac{1}{2}EG$ dans le triangle SEG et $LK = \frac{1}{2}EG$ dans le triangle FEG, d'où $IJ = LK = \frac{1}{2}EG$. Par conséquent si $SF = EG$, on en déduit que $IJ = LK = IL = JK$. Le parallélogramme IJKL a alors ses côtés consécutifs égaux : c'est un losange.

c. On suppose pour cette question que (SF) est orthogonale au plan (EFG). L'arête (SF) est donc orthogonale à toutes les droites du plan (EFG) donc en particulier à (LK). Or (IL) est parallèle à (SF) ; (IL) et (LK) sont donc perpendiculaires. Le parallélogramme IJKL possède un angle droit, c'est donc un rectangle.

2. *a*. On se place ici dans le triangle SEG, J est le milieu de [SG] et M est le milieu de [GE].

D'après (encore une fois) le théorème de la droite des milieux, on en déduit que $(JM)//(SE)$ *et* $JM = \frac{1}{2}SE$, soit, comme I est le milieu de [SE] $(JM)//(SI)$ *et* $JM = SI$. Ceci permet d'affirmer que le quadrilatère SIMJ est un parallélogramme puisqu'il a deux côtés parallèles de même longueur.

Pour que SIMJ soit un losange, il suffit que $SI = SJ$ (*le parallélogramme SIMJ aura alors deux côtés consécutifs égaux*). Pour cela, il suffit d'imposer que $SE = SG$, autrement dit il suffit que le triangle SEG soit isocèle en S.

b. Pour que le parallélogramme SIMJ soit un rectangle, il suffit qu'il ait un angle droit. Il suffit donc que le triangle SEG soit rectangle en S.

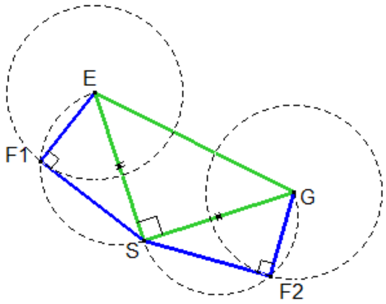
3. Pour construire un patron de cette pyramide, il faut d'abord déterminer la nature de ses faces.

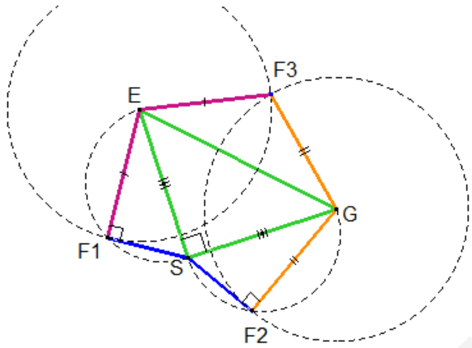
Pour que SIMJ soit un carré, il suffit que SIMJ soit à la fois un rectangle et un losange. Il suffit donc d'après la question 2, que le triangle SEG soit rectangle isocèle en S.

Pour que IJKL soit un rectangle, il suffit d'après la question 1, que (SF) soit orthogonale au plan (EFG), et pour cela, il suffit que (SF) soit à la fois perpendiculaire à (FE) et à (FG). Les triangles SFE et SFG sont alors deux triangles rectangles, par ailleurs isométriques puisque les côtés [SE] et [SG] sont de même longueur et [SF] est commun aux deux triangles. Programme de construction du patron :

- Construire un triangle SEG rectangle isocèle en S.
- Construire deux triangles rectangles F_1SE et F_2SG d'hypoténuses respectives [SE] et [SG] tels que $SF_1 = SF_2$. Les points F_1 et F_2 sont sur les demi-cercles de diamètre [SE] et [SG].
- Construire le triangle F_3EG en reportant au compas les longueurs EF_1 et GF_2. Le point F_3 est le point d'intersection, quand il existe, des cercles de centre respectifs E et G.

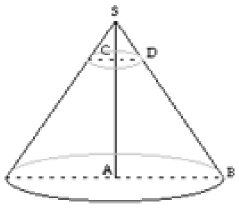
L'existence du point F_3 est soumise à la validation de l'inégalité triangulaire : il est nécessaire ici que EF et FG soient respectivement supérieures à la moitié de EG. Ce qui implique un choix plus restreint pour le placement de F_1 et F_2. Dans le premier cas, le point F_3 n'existe pas.*





↘ **Inégalité triangulaire** : Pour qu'un triangle existe, il faut que chaque longueur de côté soit inférieure à la somme des longueurs des deux autres. Ainsi dans un triangle EFG, si EG est le plus grand côté : $EG < EF + FG$ (les deux autres inégalités sont automatiquement vérifiées). En cas d'égalité le triangle est aplati.

C. Cône



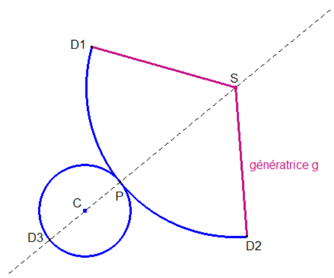
Soit un cône dont la base est un disque de rayon *8 cm*, de hauteur *25 cm*. Ce cône est tronqué par un plan parallèle à la base, à une hauteur AC de *20 cm* à partir de la base.

a. Le plan qui coupe le cône est parallèle au plan de base. La droite (SA) qui est perpendiculaire à la base est donc perpendiculaire à toutes les droites de ce plan passant par A, soit à (AB). Elle est aussi perpendiculaire au plan de coupe, et donc à (CD). Dans le plan (SAB), les deux triangles SCD et SAB sont donc rectangles.

Dans le triangle SAB, les points S, C, A sont alignés sur (SA) avec $SA = 25cm$ *et* $CA = 20cm$. On a donc $SC = 5cm$. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, coupées par deux sécantes (SA) et (SB). D'après le théorème de Thalès $\frac{CD}{AB} = \frac{SC}{SA} = \frac{SD}{SB}$, d'où $CD = \frac{SC}{SA} \times AB = \frac{5}{25} \times 8 = 1{,}6cm$

b. La génératrice du petit cône est [SD], hypoténuse du triangle SCD (d'après *a*). D'après le théorème de Pythagore, $SD^2 = CD^2 + SC^2$ $\quad SD^2 = 1{,}6^2 + 5^2 = 27{,}56$ $\quad SD = \sqrt{27{,}56} \approx 5{,}25cm$

c. Un patron de cône est en fait un secteur circulaire, c'est-à-dire une portion de disque, dont le rayon est la génératrice du cône, ici *g* = *SD*. L'angle au sommet, noté *x*, intercepte un arc ayant pour longueur le périmètre *l* du cercle de base du cône de rayon *r*.



Réalisation d'un patron du petit cône[2] :

- Circonférence de la base $l = 2\pi r$, soit $l = 2\pi r = 2 \times \pi \times 1{,}6 = 3{,}2\pi$
- Circonférence d'un cercle de rayon *g*, génératrice du cône $2 \times \pi \times g = 2\pi g = 10{,}5\pi$
- *Il y a proportionnalité entre l'angle x et la longueur de l'arc de cercle de longueur l*

Longueur de l'arc	$2\pi g$	$l = 2\pi r$
Angle associé (en °)	360	x

$$x = \frac{2\pi r \times 360}{2\pi g} = \frac{3{,}2\pi}{10{,}5\pi} \times 360 \approx 110°$$

Pour construire ce patron, on trace un angle de 110° de sommet S, puis un arc de cercle de centre S de rayon $g = 5{,}25cm$, dont les extrémités D_1 et D_2 appartiennent aux côtés de l'angle $\widehat{S}$. Le secteur circulaire obtenu est le patron du cône sans la base. Il faut ensuite tracer le disque de base. On peut pour cela construire la bissectrice de l'angle $\widehat{S}$. Elle coupe l'arc en un point P. Placer le point C sur la bissectrice tel que $PC = r = 1{,}6cm$. Tracer le cercle de rayon [PC].

Pour s'exercer

Exercice 1[3]

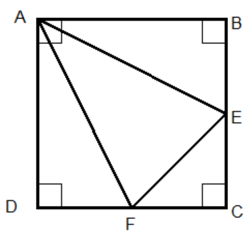


fig.1

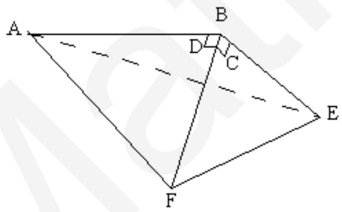


fig.1bis

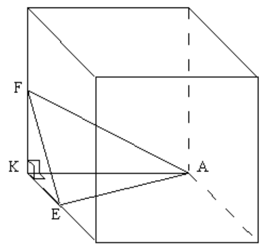


fig.1 ter

1. On considère la figure ci-dessus formée de quatre triangles, formant un carré ABCD de côté *4cm*.

a. Un prisme admet deux faces polygonales identiques ainsi que des faces latérales qui sont des parallélogrammes (ou des rectangles si le prisme est droit). Son patron ne peut donc pas être composé seulement de triangles.

b. Ce patron peut être le patron d'un tétraèdre (pyramide à base triangulaire), à condition que les segments [BE] et [EC] soient isométriques ainsi que les segments [DF] et [FC] qui doivent coïncider lors du pliage pour reconstituer l'objet. Les points E et F sont alors les milieux respectifs de [BC] et [DC].

c. C'est alors le patron d'un tétraèdre ayant deux faces ABE et ADF, en forme de triangles isométriques, respectivement rectangles en B et D, la face AEF est alors un triangle isocèle de sommet A, et la face CEF un triangle rectangle isocèle de sommet C.

2. *a*. Sur la figure *1bis*, on voit apparaître le point où se rejoignent les points B, C et D du patron. L'arête [AB] est perpendiculaire à [BF] et à [BE], donc perpendiculaire au plan (BEF). Tout plan contenant [AB] est alors perpendiculaire au plan (BEF). Chaque triangle rectangle défini un plan. Ainsi ces plans, (ABF),

[2] Voir fiche méthode sur la géométrie dans l'Espace
[3] D'après Limoges 1998

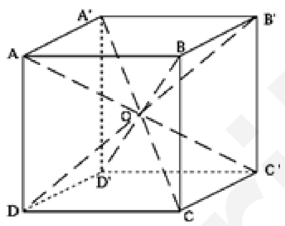
(ABE) et (BEF), sont perpendiculaires l'un à l'autre comme ceux définis par les faces d'un cube ayant un sommet commun. Cette pyramide représente le solide obtenu quand on réalise la section d'un cube par le plan (AEF), [AK] étant une arête du cube (*de longueur 4cm*), les points E et F les milieux des arêtes adjacentes à [AK].

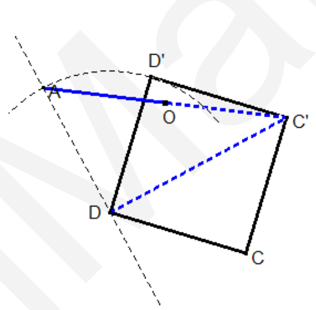
b. La figure *1ter* est la représentation du cube en perspective et de la pyramide.

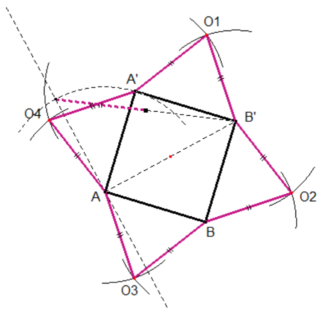
Exercice 2[4]

a. La pyramide OABB'A' est une pyramide à base carrée ABB'A' de côté *4cm*. O étant le centre du cube, il est au milieu de chacune des diagonales [AC'], [B'D], [A'C]. Les triangles OAB, OAA', OA'B', OBB' sont donc isométriques et isocèles. Les côtés issus du sommet O, comme par exemple [OA], ont pour longueur la moitié de la diagonale du cube.

La mesure de la diagonale d'un cube se calcule en appliquant successivement deux fois le théorème de Pythagore. Ainsi, dans le triangle rectangle DCC', on trouve alors $DC' = a\sqrt{2}$ si *a* est la mesure de l'arête du cube, puis dans le triangle rectangle ADC', on trouve alors $AC' = a\sqrt{3}$. Ici $AC' = 4\sqrt{3}$ et $OA = 2\sqrt{3}$. Pour tracer un patron de cette pyramide en valeurs exactes, on va utiliser le report de longueur au compas. On trace le carré DCC'D' de côté *4cm*, sa diagonale [DC'], la perpendiculaire à [DC'] passant par D, le point A sur cette perpendiculaire tel que $AD = 4cm$, enfin [AC'] et son milieu O. On a alors la mesure exacte de [OA] qui va servir à construire les quatre triangles isocèles du patron, en la reportant au compas.







b. Le volume de la pyramide est égal à $\frac{1}{6}$ du volume du cube. En effet, le cube peut contenir six pyramides isométriques à OABB'A'. $V_{pyramide} = \frac{1}{6}V_{cube} = \frac{1}{6}\times 4^3 = \frac{64}{6}cm^3 \approx 10,666cm^3$

Exercice 3[5]

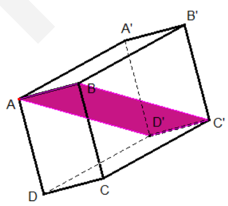


fig.3a

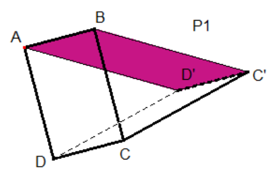


fig.3b

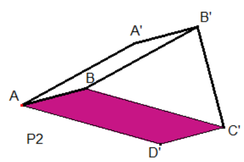


fig.3c

---

[4] Bordeaux 2001

[5] D'après Dijon 1996

On considère un parallélépipède plein formé de 6 faces rectangulaires identiques 2 à 2. On appelle S_1 ce solide. On donne en unités *u*, les mesures des arêtes : $AB = 2u$ $\quad BC = 3u \quad AA' = 4u$

1. $V_1 = AB \times BC \times AA' = 2u \times 3u \times 4u = 24u^3$

2. On pratique une coupe selon le plan (*ABC'D'*). On obtient deux prismes identiques nommés ADD'BCC' que nous appellerons P_1 et AA'D'BB'C' que nous appellerons P_2, et qui ont chacun 5 faces.

a. P_1 est un prisme formé des deux triangles rectangles isométriques ADD' et BCC'. Deux faces sont les rectangles ABCD et DCC'D', qui sont des faces du pavé droit initial.

Le quadrilatère délimité par le plan de coupe ABC'D' est aussi un rectangle. En effet, $AB = D'C'$ et [AB] est parallèle à [D'C'] car tous deux parallèles à [DC], c'est donc un parallélogramme. De plus, [AB] est perpendiculaire [BB'] et à [BC] donc à la face BB'CC'. On en déduit que [AB] est perpendiculaire à tout droite de ce plan passant par B, donc perpendiculaire à [BC']. Le quadrilatère ABC'D' est donc un parallélogramme ayant un angle droit, c'est un rectangle.

b. Pour être différents, deux patrons ne doivent pas être superposables.(voir fig.*3d* et *3e*)

c. L'aire d'un patron est la somme des aires de chacune des faces :

$$A_{patron1} = AB \times AD + AB \times BC' + CC' \times CD + 2 \times \frac{BC \times CC'}{2}$$

$$A_{patron1} = 2u \times 3u + 2u \times BC' + 2u \times 4u + 3u \times 4u = (6u^2 + 8u^2 + 12u^2) + 2u \times BC' = 26u^2 + 2u \times BC'$$

[BC'] est la diagonale d'un rectangle de dimensions *3u* et *4u*. D'après le théorème de Pythagore $BC'^2 = 9u^2 + 16u^2 = 25u^2$, $d'où\ BC' = 5u$. On a donc $A_{patron1} = 26u^2 + 10u^2 = 36u^2$

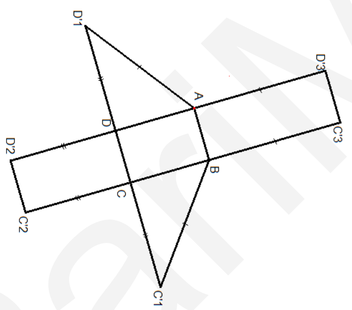


fig.3d

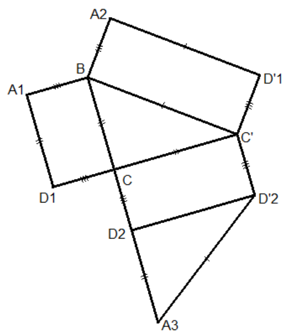


fig.3e

3. *a*. Les deux triangles BCC' et BB'C' sont isométriques, et leur aire représente la moitié de l'aire du rectangle. La nouvelle face *f* formée des deux triangles assemblés a donc une aire égale à celle du rectangle BCC'B', soit $12u^2$.

b. Le nouveau solide S_2 est délimité par deux faces *f* d'aire $12u^2$, deux faces identiques à ABA'B' d'aire $8u^2$, et deux faces identiques à ABC'D' d'aire $10u^2$.

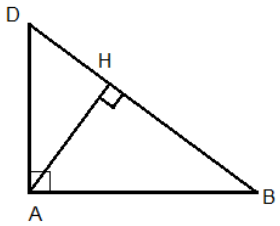
L'aire de son patron est donc égale à $A_{patron2} = 2 \times (8u^2 + 12u^2 + 10u^2) = 60u^2$

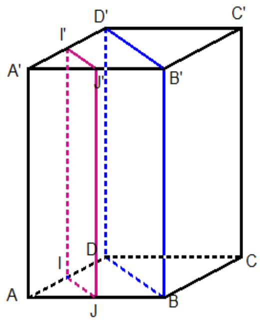
On peut aussi considérer que lors de l'assemblage des deux solides, la face ABCD se trouve à l'intérieur du solide S_2. Le nouveau patron du solide S_2 ne comporte donc pas cette face. Par contre il comporte toutes les autres faces des patrons de P_1 et de P_2. D'où : $A_{patron\,2} = 2 \times 36u^2 - 2 \times 6u^2 = 72u^2 - 12u^2 = 60u^2$

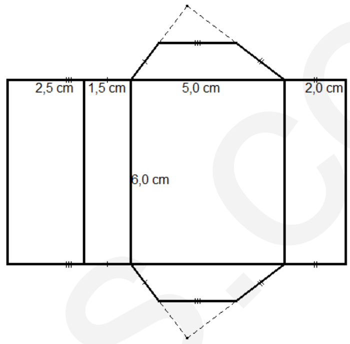
Le volume de S_2 est égal au volume de S_1, puisque c'est l'assemblage des deux parties de S_1.

Exercice 4[6]

1. Le triangle ABD est rectangle en A, avec $AB = 4cm,\ AD = 3\ cm$.
D'après le théorème de Pythagore, $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ $\qquad BD = 5cm$
On peut calculer l'aire de ce triangle rectangle de deux façons, soit $\dfrac{AB \times AD}{2} = 6cm^2$, soit $\dfrac{BD \times AH}{2} = 2,5 \times AH$. On en déduit que $2,5 \times AH = 6$, d'où $AH = \dfrac{6}{2,5} = 2,4cm$.







2. *a.* Dans le plan de base (ABCD), et plus particulièrement dans le triangle ABD, I et J sont les milieux respectifs de deux côtés. Le segment [IJ] qui joint ces deux milieux est alors parallèle au troisième côté [BD], et $IJ = \dfrac{1}{2}BD = 2,5cm$. Le quadrilatère BDIJ est donc un trapèze, avec $ID = \dfrac{1}{2}AD = 1,5cm\ et\ JB = \dfrac{1}{2}AB = 2cm$. La configuration étant semblable dans la face A'B'C'D', le quadrilatère I'J'B'D' est aussi un trapèze, isométrique au trapèze BDIJ.

[DD'] et [BB'] sont les arêtes du parallélépipède initial, perpendiculaires au plan (ABCD) et au plan (A'B'C'D'). [BB'] est alors perpendiculaire à toutes les droites du plan (ABCD) passant par B, soit [BD], et à toutes les droites du plan (A'B'C'D') passant par B', soit [B'D']. Il en est de même pour [DD']. Le quadrilatère DBB'D' est donc un rectangle avec $BD = 5cm\ et\ BB' = 6cm$

b. [II'] et [JJ'] joignant les milieux de deux arêtes opposées des rectangles ABB'A' et ADD'A', elles sont respectivement parallèles à [DD'] et [BB'], donc perpendiculaires au plan (ABCD) et (A'B'C'D'), donc aux deux faces IJBD et I'J'B'D'. Les faces JBB'J', IJJ'I' et IDD'I' sont donc aussi des rectangles et le solide IJBDI'J'B'D' est un prisme.

c. Voir figure ci-dessus.

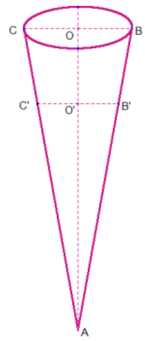
d. Le volume d'un prisme est égal à $V_{prisme} = A_{base} \times h$. On peut soit calculer l'aire du trapèze de base, soit évaluer le volume du prisme IJBDI'J'B'D' comme la différence entre le volume du prisme triangulaire ABDA'B'D' et du volume du prisme AIJA'I'J'. On en déduit $V_{IJBDI'J'B'D'} = V_{ABDA'B'D'} - V_{AIJA'I'J'} = (A_{ABD} - A_{AIJ}) \times BB'$. On connaît l'aire du triangle ABD. L'aire du triangle

6 Aix-Marseille 2001

AIJ est égale au quart de l'aire du triangle ABD car le triangle AIJ est une réduction à l'échelle $\frac{1}{2}$ du triangle ABD (théorème de Thalès, cas des milieux).

On connaît $A_{ABD} = 6cm^2$ et $A_{AIJ} = \frac{1{,}5 \times 2}{2} = 1{,}5cm^2$, d'où $V_{IJBDI'J'B'D'} = (6 - 1{,}5) \times 6 = 4{,}5 \times 6 = 27cm^3$.

Exercice 5 [7]



1. *a.* [OA] étant la hauteur du cône, [OA] est perpendiculaire à [OB] et le triangle OAB est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = OA^2 + OB^2$ *d'où* $OA^2 = AB^2 - OB^2$ *soit* $h^2 = 12^2 - 2{,}5^2 = 137{,}75$

On en déduit $h = \sqrt{137{,}75}cm$ soit $h \approx 11{,}73cm$, d'où $11{,}7cm < h < 11{,}8cm$

b. $V_{cone} = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h = \frac{1}{3}\pi \times 2{,}5^2 \times h\ cm^3$ *avec* $3{,}14 < \pi < 3{,}15$

$\frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 2{,}5^2 \times 11{,}7 < V < \frac{1}{3} \times 3{,}15 \times 2{,}5^2 \times 11{,}8$ *soit* $76{,}5375 < V < 77{,}4375$.

Le meilleur encadrement avec des entiers est alors $76cm^3 < V < 78cm^3$

2. Dans le triangle OAB, O' appartient à [OA] et B' appartient à [AB]. [OB] et [O'B'] sont perpendiculaires à la hauteur [OA], donc sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, $\frac{AO'}{AO} = \frac{AB'}{AB} = \frac{O'B'}{OB}$ soit $\frac{h'}{h} = \frac{9}{12} = \frac{O'B'}{2{,}5}$. On en déduit que le petit cône est une réduction du grand cône dans le rapport $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. Le volume du petit cône est donc $V' = (\frac{3}{4})^3 \times V$ soit $V' \approx 32cm^3$ ou environ *32cl.*

On peut aussi déduire des proportions précédentes que $O'B' = 1{,}875cm$, $h' = \frac{9 \times h}{12} \approx 8{,}775cm$, *puis calculer*

$V' \approx \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 1{,}875^2 \times 8{,}775 \approx 32cm^3$

3. *a.* Le secteur circulaire a pour rayon la génératrice du cône, soit *12cm*.

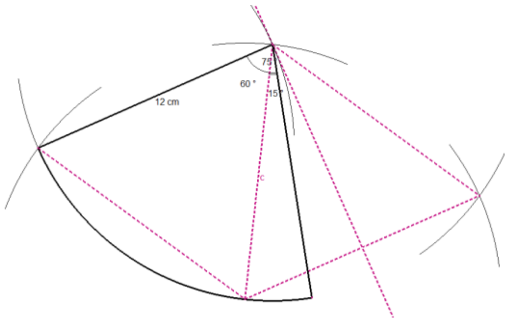
L'arc intercepté doit avoir pour longueur la circonférence du disque de base de rayon *2,5cm*. Sa longueur est donc égale à $l = 2 \times \pi \times 2{,}5 = 5\pi cm$. Cet arc est intercepté par un angle de mesure x :

Longueur de l'arc (*cm*)	$2\pi \times 12$	5π
Angle associé (*en °*)	360°	x

$$x = \frac{5\pi \times 360}{24\pi} = \frac{5}{24} \times 360 = 75°$$

b. Pour construire un angle de 75° au compas et à la règle, on le décompose en un angle de 60° (angle d'un triangle équilatéral) et un angle de 15° (quart de l'angle de 60°). *On peut aussi construire un angle droit et lui enlever un angle de 15°.*

[7] D'après Grenoble 1998



·Tracer deux triangles équilatéraux ayant un côté commun *c*. Situés de part et d'autre de ce côté *c*, on obtient deux angles de 60°. En traçant la bissectrice d'un des angles, on obtient deux angles de 30°, dont l'un a pour côté *c*. En traçant à nouveau la bissectrice de cet angle, on obtient cette fois deux angles de 15° dont l'un est adjacent à l'angle de 60°, d'où un angle de 75°.

· Tracer un arc de cercle centré au sommet de l'angle, de rayon *12cm* et délimité par les deux côtés de l'angle.

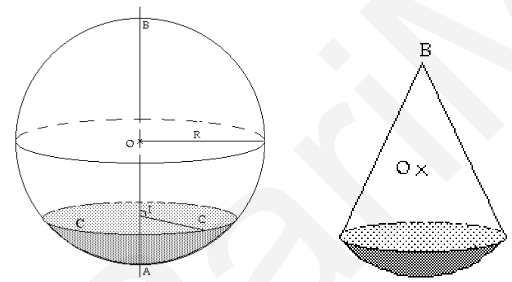
d. L'aire d'un secteur circulaire est proportionnelle à la valeur de l'angle qui le délimite.

Aire du secteur	πg^2	A
Mesure de l'angle	360°	75°

$$A = \pi g^2 \times \frac{75}{360} = \pi \times 144 \times \frac{75}{360} = 30\pi \approx 94,2cm^2$$

Exercice 6

$\mathscr{C}$ est le cercle intersection de la sphère de centre O et de rayon R coupé par un plan P. La droite perpendiculaire au plan P et passant par O coupe ce plan en I et la sphère en A et B. C est un point de $\mathscr{C}$.



1. La droite (AB) est perpendiculaire au plan P, donc à toutes les droites de ce plan passant par I. D'où (AB), donc [OI], est perpendiculaire à [IC] et le triangle OIC est rectangle en I. Dans le triangle rectangle OIC, d'après le théorème de Pythagore $OI^2 + IC^2 = OC^2$ avec $OC = R = 8cm$ et $IC = r = 6,4cm$

On en déduit que $OI^2 = OC^2 - IC^2 = 8^2 - 6,4^2 = 23,04$ D'où $OI = \sqrt{23,04} = 4,8cm$

Soit h la hauteur de la calotte sphérique $h = IA = OA - OI = 8 - 4,8 = 3,2cm$

$$V_{calotte} = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h) = \frac{\pi \times 10,24}{3} \times 20,8 \approx 222,932 \text{ soit environ } 222cm^3.$$

2. $V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_{disque} \times hauteur$. La hauteur du cône est $BI = BO + OI = 8 + 4,8 = 12,8cm$.

On calcule l'aire du disque de rayon $r = 6,4cm$. $A_{disque} = \pi r^2 = 6,4^2 \times \pi \approx 129cm^2$.

$$V_{cone} = \frac{1}{3} A_{disque} \times hauteur = \frac{1}{3} \times 129 \times 12,8 \approx 550cm^3$$

$$V_{Jouet} \approx 550cm^3 + 222cm^3 \approx 772cm^3$$