

D11C. Autour de la géométrie plane

Parallelisme et Orthogonalité

Ce fichier, corrigé du fichier **D11**, sur les apprentissages géométriques présente les deux notions fondamentales relatives à la position de droites, travaillées en géométrie plane durant le cycle 3. La première activité aborde la perpendicularité et l'utilisation du gabarit d'angle droit, la seconde activité aborde le parallélisme de deux droites.

Les réponses apportées ici ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

A. Perpendiculaires...

1. Dans l'annexe ci-dessous, trois activités A, B1, B2 sont proposées. Justifiez cette progression.

Nota bene : les indications de couleur ne sont pas respectées. Elles n'ont pas d'incidence sur le contenu des activités.

Activité A
(extrait du livre « Les maths à la découverte des sciences », CE2, Hachette, 2006)

Cherchons ensemble

Clotilde a dessiné son pantin en train de monter un escalier.

- **Recherche** quels membres du pantin sont pliés en faisant un angle égal à ton gabarit d'angle rouge.
- **Colorie** ces angles en rouge.

Ce sont des **angles droits**.

On marque un angle droit avec le code suivant : 

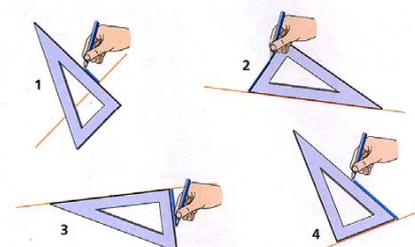
On vérifie qu'un angle est droit à l'aide d'une **équerre**.

- **Recherche** d'autres angles droits dans le dessin et **marque**-les avec le code.



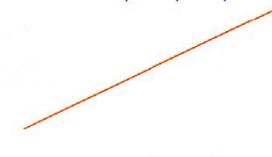
Activité B
(extrait du livre « Les maths à la découverte des sciences », CE2, Hachette, 2006)

1 On veut tracer une ligne perpendiculaire à la droite rouge. **Barre** le numéro du dessin quand on s'y prend mal.



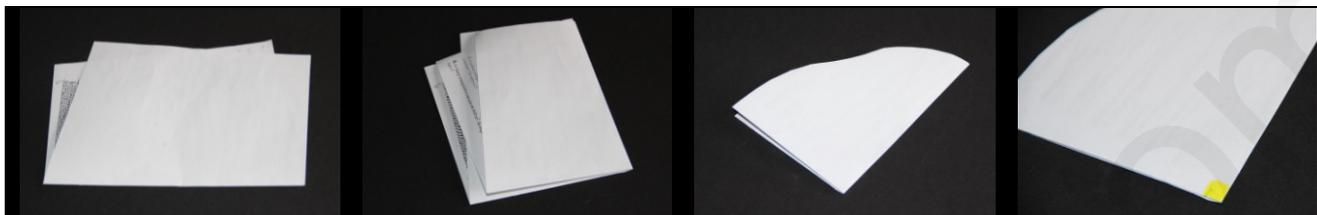
2 Trace deux droites perpendiculaires à la droite rouge :

- la première droite doit croiser la droite rouge en un point que tu choisiras ;
- l'autre doit passer par le point P.



La progression proposée démarre par une activité A qui prend appui sur une représentation de l'espace réel, ce qui peut favoriser la représentation mentale de *la position en angle droit*. Le gabarit à disposition va permettre de vérifier cette représentation mentale.

La construction de ce gabarit est un préalable à l'étude de la relation d'orthogonalité entre deux droites. Il s'obtient par deux pliages successifs d'une feuille de papier. Un intérêt certain à découper arbitrairement le troisième bord de la feuille permet de bien visualiser les deux côtés du gabarit d'angle droit.



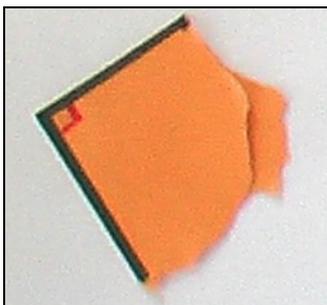
Dans l'activité B2, la représentation de l'orthogonalité est à construire entièrement par l'élève.

Le vocabulaire géométrique est mis en place sous le terme *droite perpendiculaire*, et une consigne de construction est donnée. La première droite à tracer comporte une seule contrainte, *être perpendiculaire à une droite donnée* ; la seconde construction comporte une consigne double, *être perpendiculaire et passer par le point P*. Elle est donc plus complexe. Le choix de les faire se réaliser sur le même support est intéressant si le premier tracé est correct. Il devient un obstacle s'il est faux.

Entre les deux, l'activité B1 propose plusieurs représentations d'un tracé réalisé avec l'équerre, instrument du commerce utilisé par les élèves. Ceux-ci doivent valider ou invalider la manipulation qui fait référence à la notion étudiée. Le vocabulaire est en cours de construction, ce qui justifie l'expression *ligne perpendiculaire*. La présence du tracé avec l'équerre, s'il a bien été analysé, peut ensuite aider l'élève à réaliser la tâche demandée en B2. L'ordre de ces activités est donc cohérent.

On peut signaler ici que certains enseignants privilégient le gabarit d'angle droit réalisé avec une feuille de papier pliée, afin de contrer les obstacles du placement des côtés de l'équerre, tels qu'ils sont représentés en 2 et en 4.

Ce travail de réalisation peut être proposé aux élèves en activité de recherche. On donne à chacun une petite feuille de papier. La consigne est donnée de fabriquer un gabarit pour vérifier que l'angle d'un carré préalablement identifié parmi quelques polygones, est droit.



B. Parallèles...

Cette question se rapporte à l'annexe 4 où diverses activités relatives aux droites parallèles sont proposées. Pour chacune des deux parties, indiquer l'objectif visé par le maître, la procédure mise en œuvre, la connaissance mathématique sous-jacente.

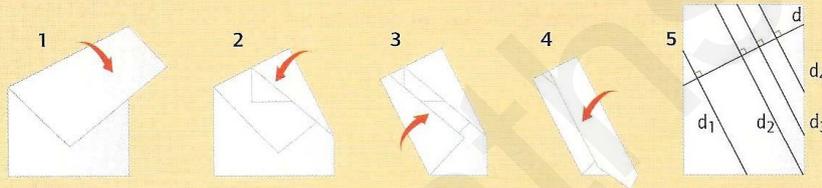
En partie 1, l'objectif visé par l'enseignant/e est de construire chez les élèves une représentation de droites perpendiculaires à une même droite, puis de droites parallèles, en prenant appui sur un pliage en plusieurs étapes. La connaissance visée est la propriété : *Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles*. Un premier pliage définit une droite d . Plusieurs pliages successifs sont réalisés à chaque fois en superposant deux parties de cette droite d . En principe les élèves de CE2 ont déjà réalisé un double pliage simple permettant d'obtenir le gabarit d'angle droit. En ouvrant la page, un réseau de perpendiculaires à d apparaît, d'où un réseau de droites parallèles.

ANNEXE 4

(extrait du livre « A portée de maths », CMI, Hachette, 2006)

PARTIE 1

a) Prends une feuille de papier et réalise le pliage en suivant les étapes 1 à 4.



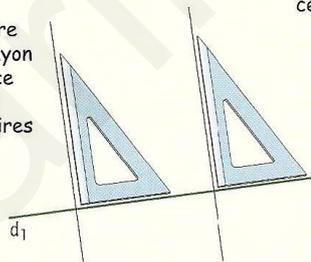
Déplie la feuille et repasse les 5 plis au crayon (étape 5). Tu as tracé 5 droites : d , d_1 , d_2 , d_3 et d_4 .

b) Que peux-tu dire des droites d et d_1 ? d et d_2 ? d_1 et d_2 ? d_2 et d_3 ? d_3 et d_4 ?

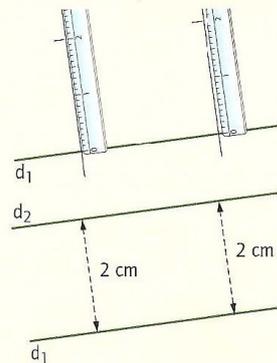
PARTIE 2

**Des droites parallèles sont des droites dont l'écartement est constant.
Comment construire deux droites parallèles ?**

1) Trace une droite d_1 .
Puis à l'aide de ton équerre et de ton crayon à papier, trace deux droites perpendiculaires à d_1 .



2) En utilisant ta règle graduée, marque sur ces deux droites un point situé à 2 cm de d_1 .



3) Avec ta règle, trace la droite d_2 passant par les deux points marqués.
 d_1 et d_2 sont deux droites parallèles distantes de 2 cm l'une de l'autre. On note $d_1 // d_2$.

En partie 2, l'objectif visé par l'enseignant/e est d'apprendre à construire deux droites parallèles, avec l'équerre et la règle graduée, à partir de la **représentation des écarts constants**. La connaissance visée est la propriété : *Deux droites parallèles ont un écart constant. Cet écart se mesure perpendiculairement à ces deux droites*. Le tracé avec l'équerre de deux droites perpendiculaires à une droite donnée d_1 permet de placer un point situé sur chacune de ces droites, à la même distance de d_1 . Le tracé de la droite passant par

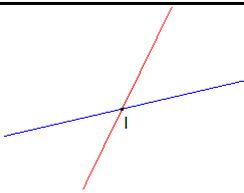
ces deux points donne une droite d_2 *parallèle* à d_1 . On remarque que le placement des deux points situés à 2cm de la droite d_1 est dirigé. La notion de distance d'un point à une droite n'a sans doute pas été définie auparavant. Elle l'est peut-être en prolongement de cette activité.

En conclusion

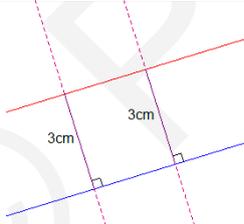
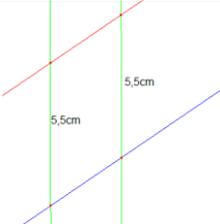
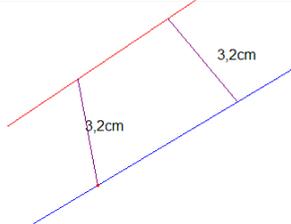
La notion de **parallélisme** est une notion qui se traduit de différentes façons selon le niveau à laquelle elle est étudiée. En opposition à deux droites sécantes qui ont un point commun, deux droites parallèles sont **des droites qui ne sont pas sécantes**. Elles sont alors souvent assimilées à deux droites n'ayant aucun point commun. On oublie alors que mathématiquement, ces deux droites peuvent être confondues.

Visuellement, le point d'intersection peut aussi être difficile à se représenter. S'il est alors facile de reconnaître des droites qui ne sont pas parallèles, qu'en est-il de celles qui ne se coupent pas ... sur la figure ?

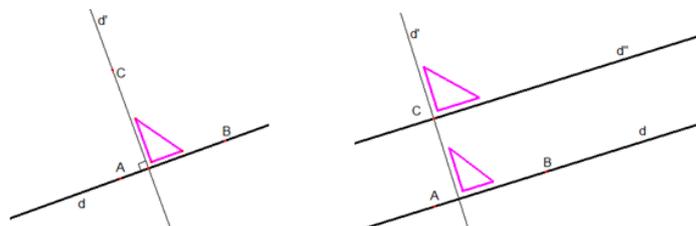
C'est un obstacle important pour les élèves de cycle 3, qui dure encore au collège. Il faut imaginer le prolongement de ces droites, donc admettre implicitement, puisque la notion de droite ne relève pas du cycle 3, que la droite peut se prolonger, qui plus est au-delà de l'espace d'étude, parfois la feuille ou le tableau.

			
Deux droites sécantes : un point d'intersection visible.	Deux droites sécantes : un point d'intersection non visible mais perceptible	Parallèles ou pas ? Impossible à visualiser dans cet espace...	... Les mêmes : Deux droites non parallèles...

On se place alors d'un autre point de vue : **la notion d'écart constant**. Deux droites sont parallèles si elles ont un écart constant. Mais là aussi se pose le problème de la représentation. Comment se mesure l'écart entre deux droites ? Comment se mesure la distance d'un point à une droite ? Des notions difficiles à mettre en place que l'on se contente de *faire sentir* à l'école pour leur donner du sens ultérieurement.

		
Une mesure sur deux droites perpendiculaires. Les deux droites obtenues sont parallèles.	Une mesure sur deux droites parallèles entre elles, par exemple des lignes d'une feuille quadrillée, qui ne valident pas la définition précédente de la mesure de l'écart. Pourtant les deux droites obtenues sont parallèles.	Une mesure réalisée de manière aléatoire en traçant deux segments de même longueur. Les deux droites obtenues ne sont pas parallèles.

En prolongement de la notion de **perpendicularité**, qui vient naturellement avec la reconnaissance de l'angle droit dans l'étude du carré et du rectangle, une autre approche du parallélisme s'appuie sur la construction même de droites parallèles : *deux droites parallèles sont deux droites perpendiculaires à une même droite*. La construction usuelle, où l'on fait glisser l'équerre le long d'une règle positionnée sur la droite d , s'appuie sur cette propriété.



Enfin, en amont de l'approche de ces deux notions, l'enseignant/e peut proposer en termes d'évaluation diagnostique, la recherche de photographies illustrant ces représentations de perpendicularité et de parallélisme dans des magazines de consommation ou du domaine artistique, permettant déjà de les distinguer et de préparer progressivement aux propriétés préalablement citées.



Modulations poly chromatiques. Dialogue avec Paul Cézanne, Pascal Fancony, Aix en Provence ©cmj2014

Pour terminer signalons un outil judicieux du nom de **réquerre**, distribué par ALEPH Lyon. Les graduations présentes sur les segments perpendiculaires à la droite d permettent de vérifier l'écart constant.

<http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article45> et <http://aleph.surinternet.com/Requerre>

