D12C. Autour du Champ Multiplicatif en Cycle 2

Ce fichier, corrigé du fichier **D12**, aborde l'apprentissage de la multiplication au Cycle 2, et présente deux démarches d'apprentissage visant l'entrée dans le Champ Multiplicatif. Un des axes principaux des apprentissages fondamentaux du cycle 2 est l'accès au calcul, la connaissance des nombres et le calcul constituant les objectifs prioritaires du CP et du CE1. La résolution de problèmes contribue à construire le sens des opérations.

☞ *Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.*

Introduction de la multiplication au CE1[1]

Un maître de CE1 doit introduire la multiplication qui est au programme du cycle 2. Les deux manuels qu'il consulte suggèrent deux types d'approches. Ces extraits de manuels sont présentés ci-dessous dans les annexes B1-B4[2] et dans les annexes C1-C2[3].

1. Démarche d'apprentissage et la progression choisie dans chacun des manuels.

Dans les Annexes B du manuel, une démarche d'apprentissage par étape, met en parallèle des représentations de situations additives (addition déjà connue) et de situations multiplicatives, introduisant parallèlement la nouvelle écriture de la quantité avec le signe × , code de la multiplication (B1) et la découverte de la configuration rectangulaire associée à l'écriture multiplicative (B2). Le passage de l'écriture additive à l'écriture multiplicative s'appuie sur la propriété de commutativité de la multiplication (B3), en lien avec l'addition itérée et la pertinence du choix du terme à itérer (B4).

Dans *le jeu des enveloppes* de l'équipe ERMEL, l'apprentissage par la résolution de problèmes s'articule autour d'une situation problème. Elle propose une recherche par procédures personnelles, puis mise en commun des démarches et des résultats. Une des caractéristiques de ces situations est la possibilité de validation des résultats par les élèves, ici présente par l'utilisation de jetons. La confrontation des procédures proposées par les élèves (du dessin vers le calcul) devrait faire apparaître l'addition itérée et faire émerger l'écriture multiplicative comme gain de temps sur cette addition répétée. Même si elle n'est pas l'objectif principal en première séance de CE1, le contexte social amène souvent l'expression de la

[1] D'après Grenoble 2003

[2] J'apprends les maths - Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 - Nelle édition » Brissiaud, Clerc, Ouzoulias - RETZ 2002 p.98, 99, 100,102

[3] *Apprentissages numériques et résolution de problèmes - Cycle des apprentissages fondamentaux CE1* - Equipe ERMEL -HATIER - 1993 - pages 255 à 257

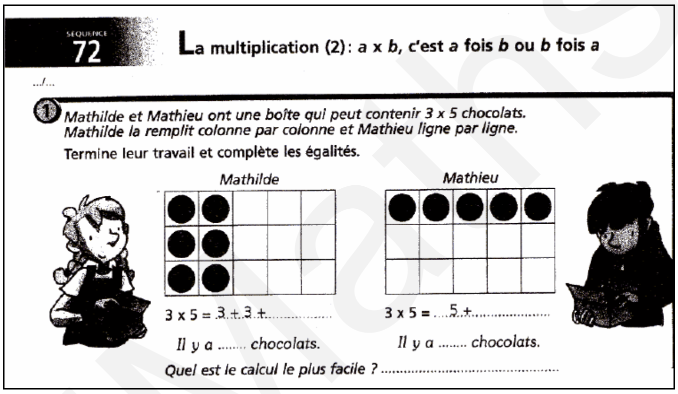
multiplication à la place du mot *fois*. Si aucun élève ne l'évoque, le professeur devra l'introduire. Cette activité est une activité de découverte laissant la place à la représentation de la multiplication que peuvent avoir les élèves en début d'apprentissage.

2. L'apprentissage de la multiplication peut se faire sous deux formes[4] :

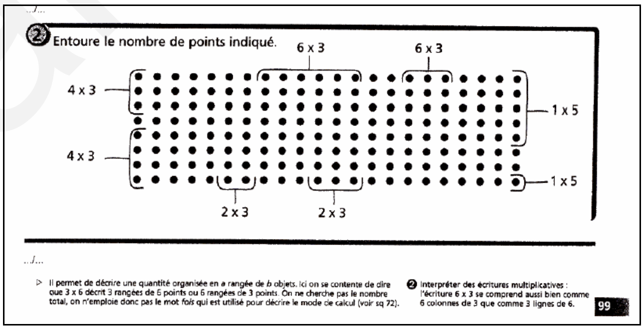
· L'addition itérée qui permet de dénombrer *la quantité obtenue par réunion ou itération de plusieurs quantités identiques.*

Celle-ci permet de partir de connaissances connues des élèves et de faire évoluer la procédure quand elle devient lourde. La nouvelle notion prend alors de l'intérêt en particulier lors de résolution de problèmes avec des multiplications simples. D'autre part, l'addition itérée permet de calculer sans avoir recours aux répertoires quand ils sont en cours de construction.

Le signe $\times$ est utilisé pour alléger l'écriture répétée de l'addition. C'est un nouveau code qui traduit le terme *fois*, tout comme le signe + remplace le *et* ou le *plus*, en fin de cycle 1.



· La représentation sur quadrillage, ou configuration rectangulaire, qui consiste à dénombrer des *objets disposés en lignes et colonnes régulières.* Le signe $\times$ est utilisé pour traduire cette organisation.



Le quadrillage permet d'illustrer la commutativité de la multiplication, les deux facteurs ayant *un statut symétrique* dans l'opération, ainsi que la distributivité de la multiplication sur l'addition qui sera nécessaire pour mettre en place la technique opératoire.

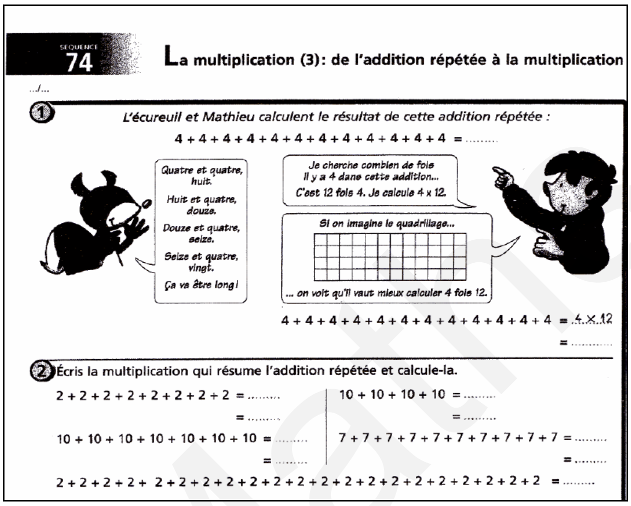
Auparavant on faisait une distinction entre les deux écritures « 2×7 » et « 7×2 ».

[4] Lire document d'application du programme de cycle 2 du 10 février 2002

Si on lit 2×7 *sous la forme « 2 multiplié par 7 », on peut se dire que c'est 2 représenté 7 fois, c'est à dire écrire 7 fois le facteur 2, ce qui se traduit alors par* $2+2+2+2+2+2+2$. *Cependant on peut aussi le lire « 2 fois 7 », et on le traduit alors par* $7+7$. *C'est pourquoi les nouveaux programmes acceptent les deux écritures additives, en prenant appui sur la commutativité de la multiplication pour dire que :*

$2\times7=2+2+2+2+2=7+7=7\times2=14$

3. Cet apprentissage nécessite divers pré requis. Dans les documents B, les élèves doivent connaître et donner du sens à l'organisation spatiale de type quadrillage, généralement découvert en cycle 1. Ils doivent savoir dénombrer des petites quantités (lignes, colonnes sur le quadrillage). L'addition itérée nécessite la connaissance des répertoires additifs pour effectuer les calculs et construire les répertoires multiplicatifs.


SÉQUENCE 74 **La multiplication (3): de l'addition répétée à la multiplication**

.../...

① *L'écureuil et Mathieu calculent le résultat de cette addition répétée :*

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = ...

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 × 12
= ....

② Écris la multiplication qui résume l'addition répétée et calcule-la.

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = ...
= ....

10 + 10 + 10 + 10 = ...
= ....

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = ...
= ....

7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = ...
= ....

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = ...

Dans certains exercices, ils doivent plus particulièrement, maitriser le comptage de 10 en 10 pour leur permettre de calculer 4×10 ou 10×4, et mettre en place rapidement *la règle du zéro*. Elle devra être comprise pour calculer directement 6×20 connaissant 6×2.

La numération décimale, et en particulier la décomposition décimale du nombre, va permettre de trouver le résultat d'un calcul de type 4×12, en prolongement de cette leçon ($4\times10+4\times2$)

Dans le *jeu des enveloppes*, les élèves ont essentiellement à connaître leurs répertoires de calcul additifs, et le comptage de *n* en *n*.

	Tirage	Ma recherche pour trouver	Nombre de bâtonnets gagnés
Equipe 1	2E5	5 + 5 = 10	10
Equipe 2	4E3	3+3+3+3=12	12
Equipe 3	3E2	3+3=6	6
Equipe 4	4E5	5+5+5+5=20	20
Equipe 5	2E3	3+3=6	6
Equipe 6	5E2	2+2+2+2+2=10	10

4. Dans ce jeu, les élèves ont à effectuer un double tirage : une enveloppe numérotée 3, 4 ou 5, représentant un nombre d'enveloppes gagnées, et une enveloppe représentant un nombre de 3, 4 ou 5 jetons gagnés. Ils doivent ensuite trouver le gain, soit individuellement, soit en groupe, soit par équipes.

On peut imaginer des procédures de différents types :

- Le dessin des enveloppes avec représentation des jetons, puis dénombrement par comptage.
- Le dessin des enveloppes avec les données numériques, sans représentation des jetons. Un calcul en ligne peut permettre de trouver le gain $5+5+5+5=20$, ou un comptage de 5 en 5.
- Sans dessin, l'utilisation de la collection intermédiaire des doigts peut permettre de compter de 5 en 5 (5, 10, 15, 20). Cette procédure est certainement moins spontanée pour un comptage de 3 en 3...
- La procédure de calcul disponible et en lien avec la situation, l'addition. Celle-ci peut être itérée $5+5+5+5=20$ ou successive $5+5=10,\ 10+5=15,\ 15+5=20$. Un arbre de calcul peut être dessiné.
- Si un élève l'a déjà rencontré, l'écriture multiplicative peut apparaître sous la forme 4×5, ou littérale 4 fois 5, ou partielle 2×5 suivi d'une addition. Si elle n'apparaît pas, l'enseignant n'aura plus qu'à introduire le codage du mot *fois*…

5. La matérialisation des deux types d'enveloppes doit permettre de donner du sens aux données numériques. Il est spécifié qu'on attend ainsi que les élèves n'additionnent pas ensemble les deux données. Par ailleurs, les jetons ne sont pas matérialisés tout au long du jeu pour ne pas favoriser les procédures de dénombrement qui iraient à l'encontre de l'objectif visé, le calcul. Cependant, ces jetons peuvent être disponibles pour valider le résultat d'un calcul s'il s'avère nécessaire de le faire. Ils peuvent aussi être utilisés lors d'une séance de remédiation entre l'enseignant et les élèves le plus en difficulté, pendant que les autres poursuivent l'activité sur des fiches où la situation est dessinée.

5E **3 J**

En prolongement, on peut imaginer le même jeu sans enveloppe. C'est par exemple *le jeu de Yam*, qui peut être proposé. L'élève a à sa disposition cinq dés et trois tirages. L'enseignant peut choisir, dans un premier temps, de limiter le nombre de dés ou de tirages. L'élève doit successivement faire le maximum de 1, de 2, de 3…de 6. Les résultats sont notés dans une grille représentant la valeur du dé et le nombre de dés obtenus. Le gain est calculé à chaque étape, par écritures additives ou/et multiplicatives, puis au final.

Tirage du dé	Nombre de dés			Arthur
1	3	$1+1+1$	3×1	3
2	1	2	2	2
3	5	$3+3+3+3+3$	5×3	15
4	2	$4+4$	4×2	8
5	4	$5+5+5+5$	5×4	20
6	3	$6+6+6$	6×3	18
				66

La comparaison pour connaître le gagnant impose de faire l'addition de tous les résultats, la calculatrice peut être proposée car ce calcul n'est pas dans l'objectif de la séance.
Il faudra aussi prévoir de sortir du jeu pour travailler sur fiche sur le lien entre les deux écritures, ainsi que sur la construction des répertoires multiplicatifs. La comparaison sur les nombres inférieurs à 100 ne devrait pas poser problème.

En conclusion

Rappels sur les propriétés de la multiplication

Dans la multiplication (opération) $a \times b$, le premier terme a est le multiplicande, le second b le multiplicateur. Le résultat est appelé produit des deux nombres, chaque terme *a et b* étant un facteur.

· La multiplication est distributive par rapport à l'addition (ou la soustraction) :

Pour tous nombres réels *a, b, c*, $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ *et* $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$

· La multiplication est commutative : Pour tous nombres réels *a et b*, $a \times b = b \times a$

Les programmes prennent appui sur la commutativité pour accepter les deux écritures additives permettant de calculer $a \times b$. Ainsi $2 \times 5 = 5 + 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \times 2$

· La multiplication est associative : Pour tous nombres réels *a, b, c*, $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

L'association de la commutativité et de l'associativité permet de calculer un produit de plusieurs termes dans l'ordre le plus arrangeant : $25 \times 19 \times 40 = 25 \times 40 \times 19 = 25 \times 4 \times 10 \times 19 = 100 \times 10 \times 19 = 19000$

· Le produit d'un nombre par 1 est invariant

· Le produit d'un nombre par 0 est nul.

· Règle des zéros : Pour multiplier par 10, 100, 1000…, on ajoute un zéro à droite du multiplicande. Ainsi $37 \times 100 = 3700$.

Deux définitions du produit de *a* par *b* ont été données.

La loi interne (une même grandeur multipliée) ou mesure produit telle que représentée par les quadrillages s'appuie sur une commutativité évidente dans la configuration rectangulaire. Par exemple, le nombre de chocolats dans une boite en comprenant 5 sur la largeur et 7 sur la longueur.
L'associativité et la distributivité sont facilement visualisables, par contre la multiplication par zéro est plus difficile à concevoir puisque on ne peut représenter les carreaux.

La loi externe (deux grandeurs multipliées) qui se traduit par l'addition itérée de plusieurs termes est moins porteuse de sens pour la commutativité selon le contexte. Par exemple, 3 piles de 4 cassettes ne correspondent pas spontanément à 4 piles de 3 cassettes, ou encore la quantité présente dans 3 enveloppes de 5 jetons et celle associée à 5 enveloppes de 3 jetons ne sont pas immédiatement identiques.
Elle est par contre immédiate pour la multiplication par zéro, comme 0 piles de *n* cassettes, et rend compréhensible la distributivité.