D16C. Autour des Ecritures Fractionnaires

Ce fichier, corrigé du fichier D16, aborde l'apprentissage des fractions en cycle 3, qui est un préalable à la construction du nombre décimal. Deux approches complémentaires permettent de construire cette nouvelle notion, le nombre décimal dans le contexte social usuel de la mesure (monnaie, longueur, masses…) et le nombre décimal comme autre écriture d'une fraction décimale. Nous vous proposons ici plusieurs extraits de manuels illustrant l'introduction des fractions, ainsi que des travaux d'élèves associés à cet apprentissage.

Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

I. Analyse de situations d'apprentissage[1]

A. Annexe 1. Dans la partie « découverte », les élèves disposent pour l'activité « découverte » de feuilles blanches unies, de papier calque, de compas.

1. Quelles sont les connaissances et compétences nécessaires pour la réussir ?

2. Quelles sont les difficultés qu'un élève de CM1 peut rencontrer ? Quelles activités préparatoires pourrait-on proposer en conséquence ?

3. Quelles sont les variables didactiques de la situation ? Justifier.

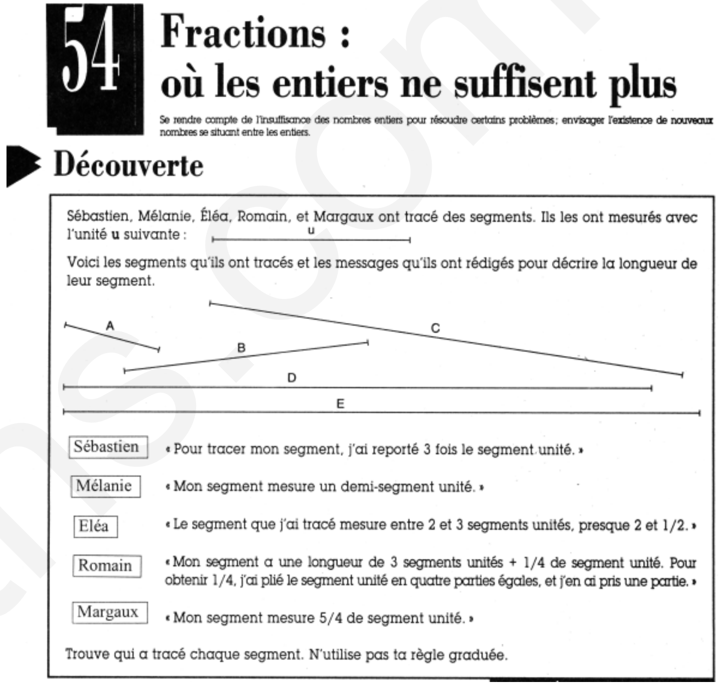
Annexe 1[2]

[1] D'après Lille 2001 et Créteil 2003
[2] *Le nouvel objectif calcul*, CM1, Hatier, 1995.

1. Dans la partie « découverte », voici la réponse que devaient donner les élèves pour réussir l'activité : Sébastien D (Sébastien), A (Mélanie), C (Elea), E (Romain), B (Margaux).

Les connaissances nécessaires portent sur les fractions simples, et dans le domaine de la mesure :

- savoir interpréter $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
- savoir construire par pliage un segment mesurant la moitié ou le quart de l'unité.
- savoir mesurer un segment avec une unité qui sert d'étalon (*u*)
- savoir reporter des longueurs au compas
- savoir interpréter une mesure pour retrouver le segment qui correspond (comme $3+\frac{1}{4}, ou \frac{5}{4}$) en unités *u*



54 Fractions : où les entiers ne suffisent plus

Se rendre compte de l'insuffisance des nombres entiers pour résoudre certains problèmes; envisager l'existence de nouveaux nombres se situant entre les entiers.

Découverte

Sébastien, Mélanie, Éléa, Romain, et Margaux ont tracé des segments. Ils les ont mesurés avec l'unité **u** suivante : u

Voici les segments qu'ils ont tracés et les messages qu'ils ont rédigés pour décrire la longueur de leur segment.

A B C D E

Sébastien « Pour tracer mon segment, j'ai reporté 3 fois le segment unité. »

Mélanie « Mon segment mesure un demi-segment unité. »

Eléa « Le segment que j'ai tracé mesure entre 2 et 3 segments unités, presque 2 et 1/2. »

Romain « Mon segment a une longueur de 3 segments unités + 1/4 de segment unité. Pour obtenir 1/4, j'ai plié le segment unité en quatre parties égales, et j'en ai pris une partie. »

Margaux « Mon segment mesure 5/4 de segment unité. »

Trouve qui a tracé chaque segment. N'utilise pas ta règle graduée.

2- Les principales difficultés que peut rencontrer un élève de CM1 dans cette activité portent surtout dans la gestion des données et la représentation de l'activité vécue par des élèves fictifs. La compréhension des messages peut être difficile si cette activité n'a jamais été vécue par les élèves. L'association message-segment peut générer une procédure de comparaison spontanée risquant de s'interposer avec une démarche organisée.

Si l'activité a été bien comprise, il peut ensuite y avoir des difficultés dans la procédure de mesure : compréhension du rôle du segment unité, report de longueur, manipulation du papier calque, interprétation du résultat de la mesure et traduction en écriture fractionnaire…

Il faudrait commencer par une activité de réelle découverte où les élèves devraient par eux-mêmes trouver la mesure d'un ou plusieurs segments avec une unité *u*. La manipulation du segment unité lui donne alors tout son sens, beaucoup plus facilement que dans la représentation sur papier où le report est nécessaire. On peut aussi leur demander de tracer un segment de longueur entière ou fractionnaire donnée. Enfin on peut les faire travailler en binôme, l'un étant rédacteur de message représentant la longueur d'un segment parmi plusieurs (comme ici), l'autre étant chargé de le retrouver.

Ils pourront ainsi prendre conscience que les messages fournissent une description de la longueur du segment, que mesurer un segment avec une unité *u* consiste à chercher combien de fois il faut reporter l'unité pour recouvrir exactement le segment mesuré, que la mesure peut être donnée par un encadrement, qu'il faut souvent utiliser des sous- unités obtenues en partageant en parts égales le segment- unité pour pouvoir conclure.

3- Les principales variables didactiques sont :

- les dénominateurs des fractions utilisées : en choisissant des « demis » ou des « quarts », les partages d'unités s'obtiennent facilement par pliage de l'unité ; ce ne serait pas le cas avec des « tiers », des « cinquièmes » ou des « dixièmes » que les élèves rencontreront plus tard dans la progression.
- la longueur du segment- unité : elle doit permettre un report facile, ainsi qu'un partage facile. Ce choix sera lié à la longueur choisie pour les segments.
- les longueurs des segments : elle peut être multiple de celle du segment unité (D), elle peut être obtenue par somme de fractions simples avec une ou plusieurs unités (E, B), elle peut s'obtenir directement par partage direct (A), elle peut être exacte ou approchée (C) pour montrer les encadrements possibles. La diversité des longueurs apportent une représentation de la diversité des écritures fractionnaires obtenues par mesure. Il est important ici de présenter des segments dont la mesure est supérieure à l'unité.
- La disposition spatiale des segments peut inciter ou non à la comparaison directe ou à l'estimation visuelle. Une présentation ordonnée du plus petit au plus grand pourrait inciter à une procédure de comparaison directe en interprétant les messages, sans donner sens aux écritures fractionnaires. Le fait de ne pas aligner l'origine des segments impose aussi à l'élève de bien positionner son segment unité à chaque mesure.
- le nombre de segments par rapport au nombre de messages, deux messages pourraient correspondre à un même segment.
- la formulation des messages proposés peut donner une indication sur la procédure de pliage (B) ou non.
- La chronologie des messages par rapport aux fractions choisies **:** on remarque ici l'ordre choisi (3, $\frac{1}{2}$, entre 2 et 3, $3\mathit{unités}+\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$) sont de difficulté croissante dans l'interprétation des fractions.

Dans les « exercices et problèmes »

4. Quelles sont les fractions privilégiées par l'auteur ? Justifier son choix.

L'auteur privilégie les fractions faciles à se représenter pour l'élève car usuelles et faciles à construire par pliages successifs (en 2, en 4) d'une bande représentant l'unité.

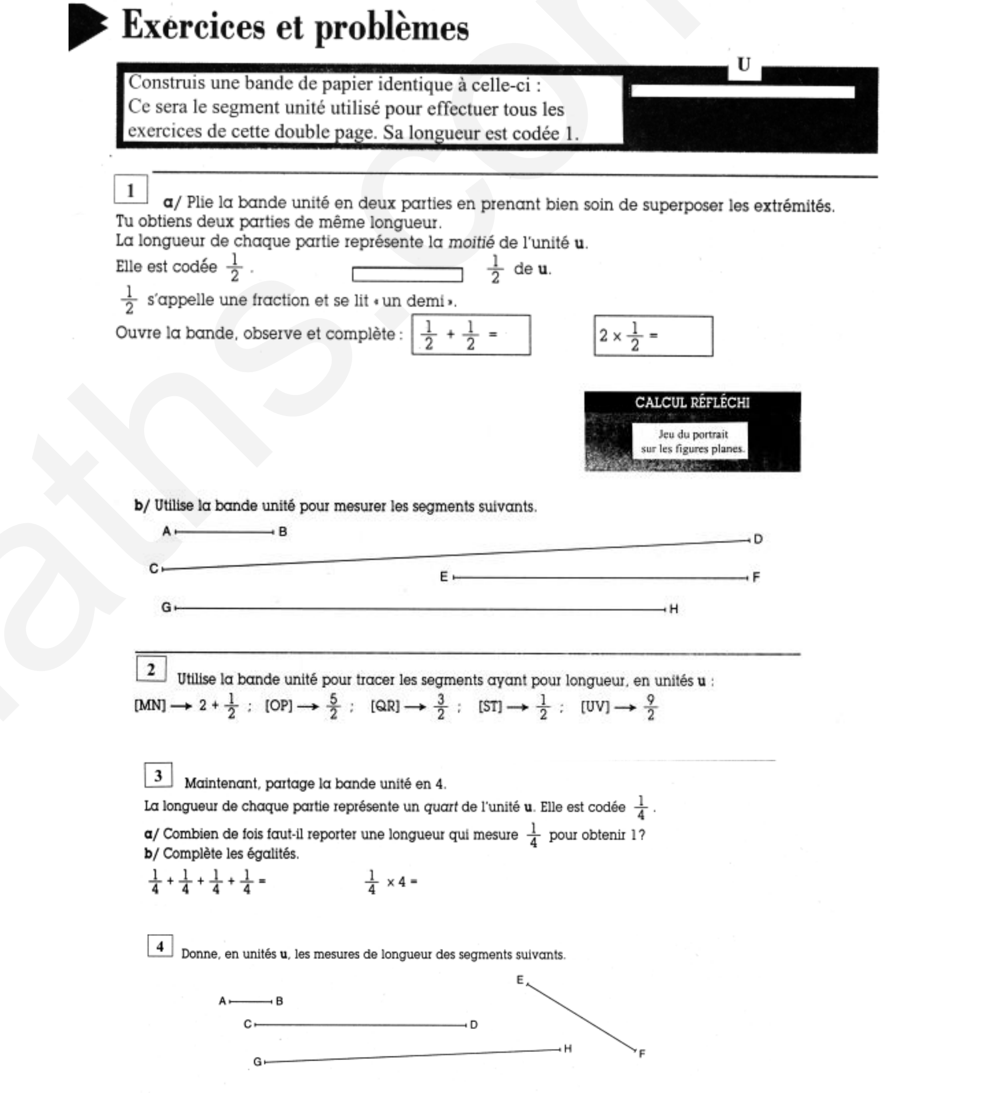
5. Comparer les tâches à réaliser dans les exercices 1 à 4, en se référant aux compétences visées.

Dans *l'exercice 1*, les élèves, après avoir construit une bande unité *u*, procèdent par pliage pour obtenir une bande de longueur $\frac{1}{2}u$. Ils doivent ensuite mesurer des segments avec leur bande unité (pliée ou non).

Dans *l'exercice 2*, les élèves doivent dessiner les segments à partir de leur mesure exprimée en fraction de dénominateur 2, supérieure ou non à l'unité.

Dans *l'exercice 3*, les élèves ont à effectuer un nouveau pliage pour obtenir une bande de longueur $\frac{1}{4}u$.

Dans *l'exercice 4*, ils ont à trouver la mesure de segments avec leur bande unité pliée.



Exercices et problèmes

U

Construis une bande de papier identique à celle-ci :
Ce sera le segment unité utilisé pour effectuer tous les exercices de cette double page. Sa longueur est codée 1.

1 a/ Plie la bande unité en deux parties en prenant bien soin de superposer les extrémités.
Tu obtiens deux parties de même longueur.
La longueur de chaque partie représente la *moitié* de l'unité **u**.
Elle est codée $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ de **u**.
$\frac{1}{2}$ s'appelle une fraction et se lit « un demi ».
Ouvre la bande, observe et complète : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$ $2 \times \frac{1}{2} =$

CALCUL RÉFLÉCHI
Jeu du portrait sur les figures planes.

b/ Utilise la bande unité pour mesurer les segments suivants.

A B C D E F G H

2 Utilise la bande unité pour tracer les segments ayant pour longueur, en unités **u** :
[MN] → $2 + \frac{1}{2}$; [OP] → $\frac{5}{2}$; [QR] → $\frac{3}{2}$; [ST] → $\frac{1}{2}$; [UV] → $\frac{9}{2}$

3 Maintenant, partage la bande unité en 4.
La longueur de chaque partie représente un *quart* de l'unité **u**. Elle est codée $\frac{1}{4}$.
a/ Combien de fois faut-il reporter une longueur qui mesure $\frac{1}{4}$ pour obtenir 1 ?
b/ Complète les égalités.
$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$ $\frac{1}{4} \times 4 =$

4 Donne, en unités **u**, les mesures de longueur des segments suivants.

E A B C D H G F

4. Quelles sont les intentions pédagogiques de l’auteur dans l’exercice 5 ?

Dans *l’exercice 5*, l’enseignant veut amener l’élève à donner du sens aux fractions supérieures à 1 : transformer les écritures fractionnaires en passant de la somme de l’unité avec une fraction inférieure à 1 à une fraction simple qui peut être supérieure à 1 ($1+\frac{a}{b}=\frac{c}{b}$). Les élèves peuvent trouver pour chaque segment [AB], [CD], [EF], [BH], [IJ] leurs mesures respectives $\frac{5}{4};\frac{7}{4};\frac{5}{2};\frac{7}{4};\frac{10}{4}$. Ils pourront le faire soit par la mesure réelle du segment, soit directement sur l’écriture fractionnaire.

L’enseignant amène aussi les élèves à la comparaison, en passant d’abord par la comparaison de longueur, puis la comparaison des mesures associées, écrites sous forme fractionnaires.

La relation entre les demis et les quarts est mise en évidence et utilisée pour le segment [EF] dont la mesure est exprimée en demis, alors que les autres sont en quarts.

5 a/ Trace les segments dont les mesures de longueur sont données dans le tableau suivant, puis trouve d’autres écritures pour exprimer ces mesures.

Segments	Mesures de longueurs en unité U	Autres écritures
[AB]	$1+\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$
[CD]	$2-\frac{1}{4}$	
[EF]	$\frac{5}{2}$	
[GH]	$1+\frac{3}{4}$	
[IJ]	$2+\frac{2}{4}$	

b/ Range les segments du plus court au plus long.
c/ Range en dessous et dans le même ordre leur mesure de longueur.

7. A quelle conception de la notion de fraction fait référence cet extrait du manuel de l’élève ? En citer d’autres.

Ici on définit la fraction $\frac{1}{n}$ comme la mesure de la longueur obtenue en partageant le segment-unité en *n* segments isométriques. Puis la fraction $\frac{a}{n}$ est présentée comme la somme de *a* termes égaux à $\frac{1}{n}$. Ainsi $\frac{5}{4}$ s’obtient en ajoutant $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$.

Il ya deux autres approches de la notion de fraction :

- La fraction-quotient où $\frac{a}{b}$ est le quotient exact de *a* par *b*, qui n’est pas du programme de cycle 3, mais qui sera vu en collège.
- La fraction utilisée comme codage de points sur une droite graduée (voir les productions d’élèves)

B. Annexe 2[3]et 3[4]

a. Ces activités sont destinées au Cycle III. A quel niveau de classe peut-on les proposer ?

Ces activités abordent le lien entre fractions décimales, plus particulièrement dixièmes et centièmes (annexe 3), millièmes (annexe 2) et le nombre décimal. Destinées au cycle III, elles relèvent de la fin de CM1 et du CM2.

b. Quels sont les objectifs des activités de chacune de ces annexes ?

Dans l'annexe 2, l'objectif est d'apprendre à coder le nombre décimal à partir de la décomposition additive en fractions décimales (dixièmes, centièmes, millièmes) et du tableau de numération prolongé sur la droite. Le nombre décimal représente ici le résultat d'une mesure.

Dans l'annexe 3, l'objectif est de donner du sens à la notion de centième, à plus long terme de millième, à travers le zoom sur la droite graduée, ainsi que de construire le lien entre fraction décimale et nombre décimal. La notion d'intercalation est mise en avant en phase de recherche.

c. Quelles sont les connaissances que doit avoir l'élève pour les aborder ?

Les pré-requis nécessaires à la compréhension de ces activités sont :

- connaître l'écriture des fractions décimales
- connaitre les équivalences entre dixièmes, centièmes, millièmes du type $\frac{1}{10}=\frac{10}{100}=\frac{100}{1000}$
- savoir décomposer une fraction décimale en décomposition canonique de la forme $u+\frac{d}{10}+\frac{c}{100}$
- savoir graduer une droite à partir d'une origine et d'une unité.
- savoir associer un point et son abscisse sur une droite graduée.

d. Compare les approches proposées dans chacun des documents.

Deux approches distinctes ressortent de chacun des documents.

---

[3] Maths outil (Magnard)
[4] Le nouveau Math Elem (Belin)

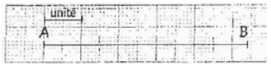
Dans l'annexe 2, la notion de millième est amenée à l'étape 3, après une progression pas à pas démarrant au dixième, avec la mesure d'un segment effectivement représenté, puis abordant les centièmes. Les aides successives proposées montrent un étayage fort ne laissant que peu de place aux représentations des élèves. Les tableaux de numération sont pré remplis (un chiffre est déjà placé), et les décompositions additives en centièmes (millièmes), puis en unités, dixièmes, centièmes (et millièmes) n'assure pas la compréhension par l'élève qui lit. Il peut compléter, exécuter les tâches par reproduction, sans beaucoup de réflexion. Seule la recherche du nombre décimal associé au tableau de numération est laissée à son initiative. (On notera cependant que cet extrait ne mentionne pas ce qui a pu être fait en classe en amont).

Dans l'annexe 3, les questions posées laissent davantage la place à la représentation et à la réflexion de chaque élève. Par exemple, pour réussir la question *a*, un élève devra savoir repérer un point sur la graduation, puis écrire seul la fraction (c'est-à-dire trouver le bon numérateur et le bon dénominateur), puis coder le nombre décimal associé. Dans la question *b*, les zooms successifs aident l'élève à se construire de nouvelles représentations tout en donnant du sens aux millièmes qui ne sont pas nommés. Il doit, entre deux nombres qu'il connaît, intercaler des nombres qu'ils découvrent.

ANNEXE 2

Extrait de « *Math outil* » (*Editions MAGNARD*)

1 L'unité étant le carreau, le segment AB mesure cinq carreaux et $\frac{4}{10}$ de carreau.
Exprime cette mesure sous la forme d'un nombre décimal.



Pour t'aider

Complète le tableau.
5 unités et 4 dixièmes ou
5 unités + 4 dixièmes

unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$
5			

2 Écris la fraction décimale $\frac{256}{100}$ sous la forme d'un nombre décimal.

Pour t'aider

256 centièmes = 200 centièmes + 50 centièmes + 6 centièmes

$$\frac{256}{100} = \frac{200}{100} + \frac{50}{100} + \frac{6}{100}$$
$$= 2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$$

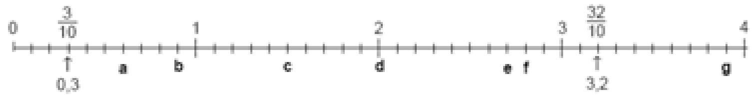
Complète le tableau.
2 unités + 5 dixièmes
+ 6 centièmes

unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$
	5		

ANNEXE 3

Extrait de « *Le nouveau Math Elem* » (*Editions BELIN*)

a. Remplace chaque lettre par la fraction décimale et le nombre à virgule qui lui correspondent.

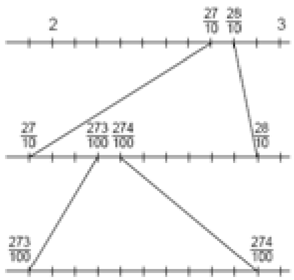


b. On agrandit la partie de la droite graduée comprise entre $\frac{27}{10}$ et $\frac{28}{10}$.

Écris toutes les fractions décimales qui correspondent aux graduations marquées dans l'agrandissement, ainsi que les nombres à virgules qui leur correspondent.

En agrandissant encore plus, on voit les nombres entre $\frac{273}{100}$ et $\frac{274}{100}$.

Écris quatre nombres parmi ceux qui correspondent à ces graduations, sous forme de fractions décimales et de nombres à virgule.



3 Écris la fraction décimale $\frac{17\,213}{1\,000}$ sous la forme d'un nombre décimal.

Pour t'aider

17 213 millièmes = 17 000 millièmes + 200 millièmes + 10 millièmes + 3 millièmes

$$\frac{17213}{1000} = \frac{17000}{1000} + \frac{200}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{3}{1000}$$
$$= 17 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} + \frac{3}{1000}$$

Complète le tableau.

1 dizaine 7 unités + 2 dixièmes + 1 centième + 3 millièmes

dizaines	unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$
	7			

e. Quelle notion peut-on introduire à l'issue de l'annexe 3 ? Argumenter.

Pour un élève de fin de cycle 3, il voit à l'issue de ces activités qu'on peut toujours intercaler un nouveau nombre décimal entre deux nombres décimaux. Il s'agit ici de lui faire sentir la notion de « densité » de l'ensemble des décimaux. Un travail sur les encadrements et sur l'ordre des décimaux est envisageable ; il pourra s'appuyer sur la droite graduée.

II. Analyse de travaux d'élèves[5]

Dans une classe de fin de cycle III, on a proposé les quatre exercices suivants *a, b, c, d* sur les écritures fractionnaires.

La consigne, donnée verbalement, était d'inscrire les écritures fractionnaires dans les cases prévues à cet effet sous la forme : "Emploie quelques écritures fractionnaires usuelles".

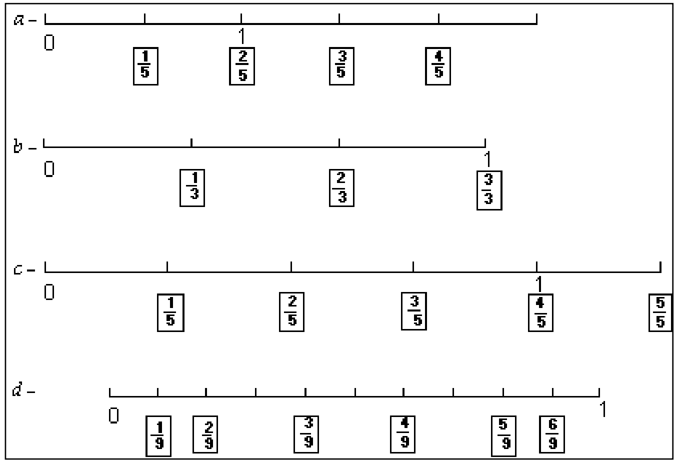
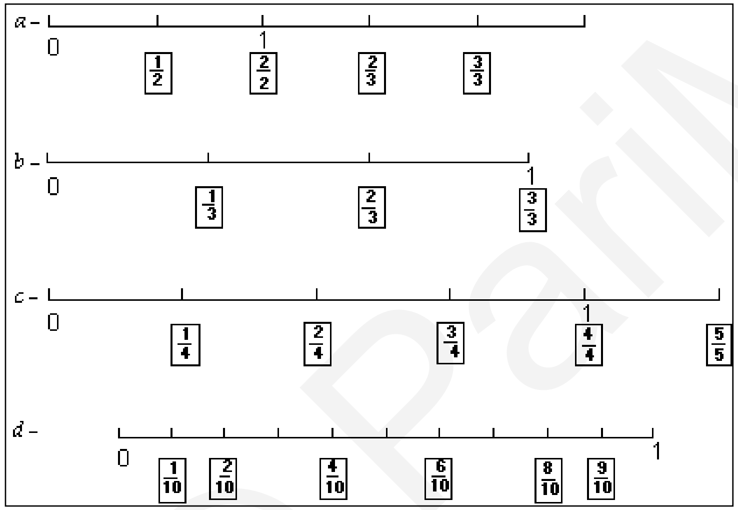
1. Décrire les différentes tâches que l'élève doit effectuer pour déterminer la fraction associée à une case.

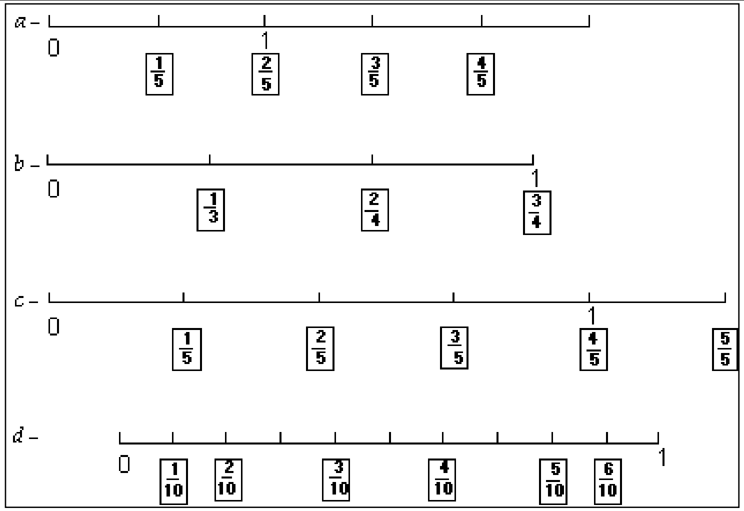
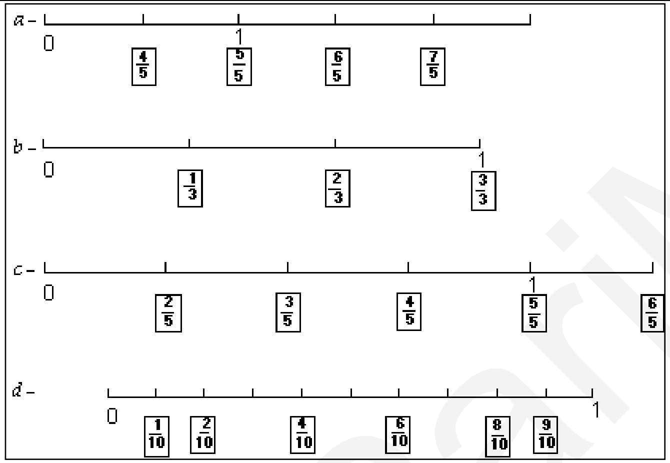
Pour déterminer la fraction associée à une case et qui code l'abscisse d'un point M, l'élève doit :

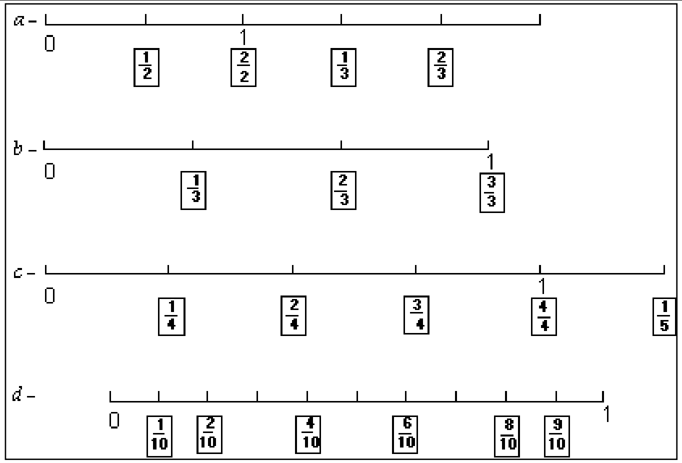
- Identifier le segment-unité [0, 1]
- Dénombrer le nombre de parts (égales) réalisées dans le partage de ce segment : *b (dénominateur)*
- Repérer la place du point M sur la graduation
- Dénombrer le nombre de parts qui sépare le point M de l'origine du segment : *a (numérateur)*
- Traduire l'abscisse du point M sous la forme de la fraction $\frac{a}{b}$

[5] D'après Grenoble 1997

2. Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les différentes erreurs et en les caractérisant d'un point de vue mathématique.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>L’élève A ne prend pas en compte l’unité et considère à chaque fois le segment dessiné comme le segment unité.
Les dénominateurs correspondent aux nombres de subdivisions pour a(5), b(3), c(5). Par ailleurs, il y a erreur pour d, où il a été compté un partage en 9 au lieu de 10, alors que dans ce cas le segment représente bien l’unité.
Les numérateurs sont cohérents avec sa démarche pour a, b, c.
Il y a erreur pour d, où il numérote les numérateurs comme les cases de 1 à 6 au fur et à mesure de leur placement sur le segment, sans prendre en compte les graduations effectives.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>L’élève B repère bien le segment unité et lui associe dans chaque cas la bonne fraction (numérateur et dénominateur égaux), correspondant au partage de l’unité. Pour chaque graduation de l’unité, les réponses sont justes quelque soit le partage : a en demi, b en tiers, c en quart, d en dixième. Les réponses b et d sont donc globalement exactes. Au-delà de 1, il fait des confusions dans le choix du repère, et les réponses sont fausses :
Pour le a, il voit trois graduations après 1 et code alors en ‘tiers’. Peut-être a-t-il numéroté les numérateurs comme les cases en partant de 1(1, 2, 3) sans se soucier des dénominateurs..
Pour le c, il identifie un partage en 5 du segment global avec 5 parts, et code le segment global comme une unité de cinq cinquièmes, à moins que le 5 au numérateur ne soit que le numéro 5 de la case !</td>
</tr>
</table>

	*L'élève C* a des procédures instables. Pour le *a* et le *c*, il considère à chaque fois le segment dessiné comme le segment unité. Les dénominateurs traduisent un partage en 5 de ces segments, et les numérateurs la suite ordonnée des graduations. Pour le *b*, le premier codage est juste, il a bien repéré le partage en tiers et compte 'un tiers'. Le deuxième codage fait penser qu'il a ajouté 1 au numérateur et au dénominateur en se déplaçant d'une case, mais la troisième case ne conforte pas cette hypothèse. Pour le *d*, il repère correctement le partage en 10 et numérote chaque case de 1 à 6 au numérateur sans prendre en compte les graduations effectives.
	*L'élève D* considère le segment dessiné comme le segment unité. Pour le *a* et le *c*, il voit un partage en 5 qu'il traduit dans les dénominateurs. La fraction unité est codée cinq cinquièmes $\left(\frac{5}{5}\right)$ et il semble qu'il ait codé les autres cases à partir de cette unité dans l'ordre croissant à droite et dans l'ordre décroissant à gauche. La réponse *b* est correcte, l'unité est bien repérée ainsi que la graduation en tiers. De même la réponse *d* est juste, les dixièmes biens repérés et respectent les graduations.
	L'élève E repère correctement le segment unité, et code correctement toutes les graduations fractionnaires inférieures à 1. Pour *b et d* les réponses sont correctes. Au-delà de 1, il change de repère et reconsidère un nouveau partage. Pour le *a*, il recode le segment restant, partagé en 3 parts en ordonnant dans

	l’ordre croissant les graduations et en prenant come origine le point d’abscisse noté 1. Pour le *c*, il considère le segment global comme partagé en 5 et recommence une graduation à partir de ‘1’ mais en cinquième.

3. A partir de ces productions, dégagez certaines conceptions erronées que ces élèves peuvent avoir des écritures fractionnaires.

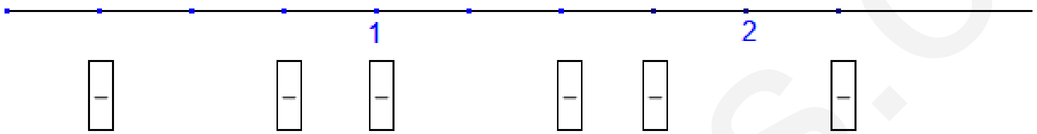
Certaines conceptions erronées que les élèves peuvent avoir des écritures fractionnaires se dégagent de ces productions.

- La fraction, souvent introduite comme partage d’un objet (gâteau, ruban…) est plus difficile à concevoir au-delà de l’unité à partager. Cette conception de la fraction induit les confusions de repérage du segment unité par rapport au segment dessiné.
- Le codage des fractions supérieures à 1 nécessite de concevoir un prolongement de la droite graduée avec report de l’unité au-delà de 1. Les élèves, même s’ils ont bien repérés l’unité et son partage, reconsidèrent le segment comme un nouvel objet à partager, soit dans la globalité (A et C) soit dans sa partie restante (B et E). Pour le *c*, tous les élèves font cette erreur et voit dans au moins une case, voire toutes, une représentation de partage en cinquième de ce segment. Aucun n’élève ne conçoit la possibilité d’un cinquième quart ($\frac{5}{4}$).
- Le repérage des graduations est souvent confondu avec une numérotation, sans tenir compte du partage et des graduations effectives. Cette erreur persiste longtemps dans l’apprentissage, y compris au-delà de l’école, où certains élèves placent des données sur les axes d’un repère sans tenir de la graduation.
- Des confusions entre points et intervalles à dénombrer amènent des erreurs sur le numérateur. On retrouve ici la grande difficulté dans l’articulation entre la fraction représentant un partage de bande (intervalles) et la fraction représentant un nombre sur la droite graduée (points).

4. L’enseignant peut s’interroger sur la pertinence de son support. Quelles modifications pourriez-vous envisager, tout en gardant le même objectif ?

L'enseignant peut s'interroger sur la pertinence du support proposé pour concevoir certaines modifications. Une erreur spécifique à l'exercice *d* est la numérotation des cases, sans tenir compte des graduations qui ne sont pas repérées par une case. Cette erreur est induite par l'énoncé, mais il permet à bon escient de la relever. Si chaque point était associé à une case, cette erreur ne serait pas visible (comme dans le *b*).

La confusion entre segment dessiné et segment unité pourrait être moins induite en traçant une demi-droite graduée plutôt qu'un segment. On pourrait envisager de faire apparaître la graduation 2, au moins dans un cas. En voici un exemple :



La diversité des partages choisis comme fractions simples et usuelles (demi, tiers, quart, dixième) pour des élèves de fin de cycle 3, ne parait pas être spontanément prise en compte. Il serait intéressant de tester les acquis des élèves sur le même type d'exercice, par exemple en proposant des segments unités de même longueur, partagés successivement de la même façon que précédemment (demi, tiers, quart, dixième). Il est possible que la diversité proposée ici amène de la confusion au détriment d'un des objectifs visés, le repérage de fraction supérieure à l'unité.

Pour conclure

Pour donner du sens à l'introduction de ces nouveaux nombres, appelés décimaux, il est nécessaire de s'interroger sur les situations qui peuvent nécessiter et motiver leur utilisation, nécessaire aussi de donner du sens à l'articulation entre les diverses écritures des nombres entiers, décimaux, fractionnaires.

Nous retiendrons que dans ce nouvel ensemble de nombres, l'idée de successeur n'a plus de sens (ainsi 2,17 n'est pas le successeur de 2,16), l'intercalation qui est finie entre deux naturels devient infinie entre deux décimaux (ainsi entre 2 et 3, il existe une infinité de nombres décimaux). Les règles de comparaison changent (ainsi 2,4 n'est pas plus petit que 2,15 bien que 4 soit inférieur à 15), les opérations doivent trouver un nouveau sens.

Abordé en cycle 3 et se prolongeant tout au long du collège, cet apprentissage vient après une longue pratique des nombres entiers pour lesquels des règles ont été institutionnalisées. Il faut donc analyser les limites de ces règles pour en reconstruire de nouvelles.

L'équipe ERMEL[6] propose une progression démarrant en CE2 par des activités de découverte en lien avec les mesures de longueur, de masse, de monnaie. En CM1 l'introduction des fractions simples, en lien avec une unité partagée, répond à l'insuffisance des entiers pour exprimer une longueur, pour coder un point de la droite numérique. L'intérêt et la signification de l'écriture fractionnaire $\frac{1}{b}$ sont mis en évidence : « Si l'unité est fractionnée en *b* parties, chaque partie mesure $\frac{1}{b}$ ».

Si le pliage de l'unité est utilisé pour les fractions simples (2 pour *les demis*, 4 pour *les quarts*), le report de la sous-unité (par exemple *le dixième* reporté 10 fois) permet la reconstitution de l'unité et la visualisation par manipulation de son partage (en dix). La notion de centième se fera alors aisément sans manipulation.

Ce partage de l'unité en dix parties permet ensuite d'introduire la notion de fractions décimales, puis d'exprimer les différentes écritures sous la forme $\frac{92}{10} = 9 + \frac{2}{10} = 9,2$. Le tableau de numération fait le lien avec les nombres déjà connus, et son prolongement à droite donne sens à la position des chiffres de la partie décimale et à leur valeur.

La calculette est utilisée dans cet apprentissage comme outil d'exploration pour découvrir l'impact des opérations sur ces nouveaux nombres.

En CM2, le retour aux écritures des fractions décimales permet de retrouver le sens, par exemple dans les comparaisons ou les opérations. Le lien avec la numération est omniprésent, en particulier le lien entre les différents rangs, les anciens (unités, dizaines, centaines, milliers) et les nouveaux (unités, dixièmes, centièmes, millièmes).

Les situations contextualisées donneront elles aussi du sens à ces nouvelles notions, avec prudence car s'il parait naturel à l'adulte averti, le parallélisme avec les unités de mesure représente pour les élèves deux aspects distincts pouvant apporter des confusions (par exemple, centimètre et centième d'une unité).

[6] Apprentissages numériques Cycle 3 Hatier