

D21C. Autour de la Geometrie Plane en Cycle 3

Reproduction de figures

Ce document, corrigé du fichier **D21**, présente une séance d'apprentissage en géométrie plane, consacrée à la reproduction de figures. Elle aborde la reproduction de figures sur deux types de supports, le papier quadrillé et le papier uni, faisant ainsi appel à des compétences et à des connaissances spécifiques. Ce type d'activités est l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé.

☞ Les réponses aux questions sont présentées dans le fichier corrigé **D21C**

Les questions posées servent à cadrer votre réflexion. Les réponses apportées dépassent parfois celles attendues dans le cadre du concours, mais peuvent enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

Analyse de deux situations d'apprentissage¹

On s'intéresse à certaines activités proposées dans le manuel *Le Nouvel Objectif calcul CM2 - Cycle des approfondissements*

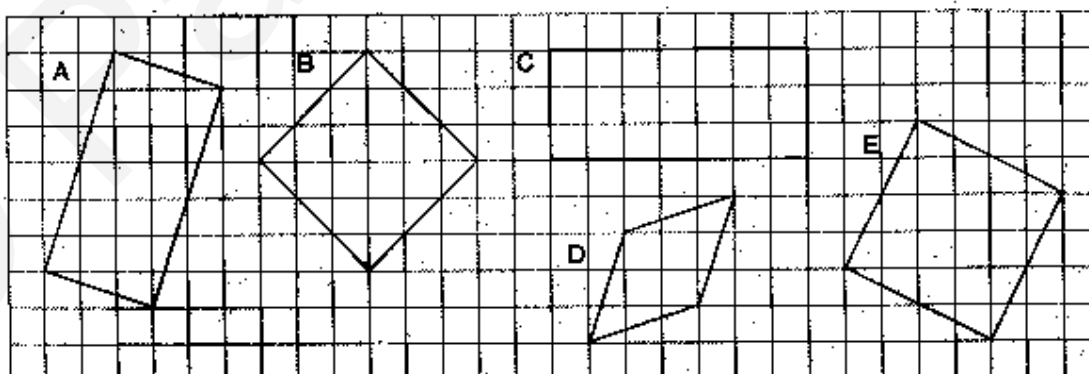
I. Annexe 1 : L'analyse porte sur l'exercice 1 de la rubrique *Exercices et Problèmes*.

ANNEXE 1 : Géométrie (16) : *le losange, le rectangle, le carré.*

Identifier le losange, le rectangle, le carré par certaines de leurs propriétés. Utiliser ces propriétés pour les construire.

Exercices et problèmes

1. Sur du papier quadrillé puis sur du papier uni, reproduis les figures ci-dessous.



¹ Groupe 5-2008 / Grenoble 1998
Parimaths.com

1. Décrire brièvement deux procédures différentes attendues pour reproduire les figures B, C et D sur du papier quadrillé identique à celui du manuel, en précisant les instruments utilisés et les notions mathématiques sous-jacentes.

L'élève peut repérer les nœuds du quadrillage sur lesquels sont placés les sommets des quadrilatères, en se repérant au nombre de carreaux. Il trace ensuite les côtés du quadrilatère (C).

L'élève peut aussi voir la figure dans sa globalité, positionner un sommet puis se déplacer sur les lignes du quadrillage pour placer le sommet suivant (pour A : à partir du sommet du haut, 3 carreaux à droite puis 1 carreau en bas). Les segments sont alors tracés au fur et à mesure. Selon la position particulière de chaque quadrilatère, l'un ou l'autre des sommets peut être point de départ.

Selon la position particulière de chaque quadrilatère, une procédure plus spécifique peut être utilisée, comme le repérage du centre du carré dans la figure B, et le placement des sommets à partir de ce centre, utilisant intuitivement la symétrie centrale de la figure.

Selon la position des côtés sur les lignes du quadrillage, ou non, l'une ou l'autre de ces deux procédures peut être privilégiée.

Selon la position particulière de chaque quadrilatère, l'un ou l'autre des sommets peut être point de départ.

Le seul instrument nécessaire est une règle, non graduée. L'élève n'a pas besoin de connaissances expertes, si ce n'est le repérage sur de nœuds sur quadrillage.

b. Décrire brièvement deux procédures différentes attendues pour reproduire les figures B et D sur du papier uni, en précisant les instruments utilisés et les notions mathématiques sous-jacentes.

Sur papier uni, l'analyse des propriétés des figures est nécessaire.

La figure B est un carré, la figure D est un losange, présentés chacun dans une position non prototypique.

Figure B : Le carré

Tracé à la règle graduée d'un côté du carré.

Tracé à l'équerre de deux demi-droites perpendiculaires à ce côté passant par les extrémités du segment, et situées dans le même demi-plan par rapport au côté.

Report de la mesure du côté à partir de ces extrémités, sur chacune des demi-droites. Ce report peut se faire à la règle graduée ou au compas.

Tracé à la règle du segment joignant les deux points obtenus.

Le carré a quatre côtés isométriques et 4 angles droits. La construction ci-dessus amène à tracer un polygone ayant deux côtés opposés respectivement perpendiculaires à un troisième côté, et trois côtés de même longueur.

Une autre construction est possible à partir des diagonales, compte tenu du positionnement du carré sur le quadrillage. Elle s'appuie sur la propriété : *le carré est quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur, perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu.*

Tracé de deux segments isométriques perpendiculaires et se coupant en leur milieu, à la règle graduée et à l'équerre.

Tracé des côtés du carré en joignant les extrémités de ces segments, à la règle.

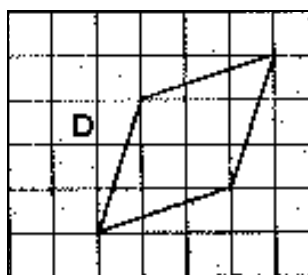
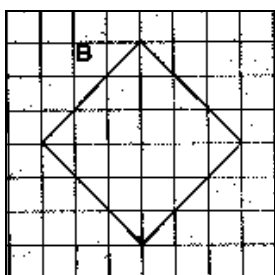


Figure D : Le losange.

Cette construction est plus complexe car elles nécessitent de connaître certaines propriétés du losange que la représentation sur quadrillage présentée ici n'aide pas à visualiser².

Si l'élève s'appuie sur l'égalité des côtés du losange, il peut tracer un côté du losange, ainsi que l'angle ayant pour sommet une extrémité de côté. Ce tracé nécessite la règle graduée et le gabarit d'angle adapté.

Tracé d'une demi droite parallèle au côté de l'angle passant par l'autre sommet, située dans le demi-plan par rapport au premier côté. Ce tracé nécessite la règle et l'équerre.

Report de la mesure du côté sur cette demi-droite à partir du sommet, à la règle graduée ou au compas.

Tracé du dernier côté en joignant les points obtenus, à la règle.

L'élève peut aussi visualiser le losange comme l'accolement de deux triangles isométriques, symétriques par rapport à une diagonale. La diagonale n'étant pas tracée, il faut l'imaginer.

Tracé d'un segment ayant la mesure d'une des deux diagonales, à la règle graduée.

Tracé au compas de quatre arcs de cercle ayant pour centre chacune des extrémités, et situés de part et d'autre de ce segment. Le rayon de ces arcs a la mesure de la longueur d'un des côtés du losange.

L'intersection de deux arcs de cercle donne dans chaque demi-plan un point qui est un sommet du losange.

Tracé des côtés à la règle.

Dans tous ces tracés, le compas est utilisé pour reporter la longueur d'un segment.

c. Comparer les connaissances géométriques nécessaires à la réalisation de ces deux activités. Préciser le rôle spécifique de chacune.

La reproduction sur quadrillage est une activité très simple pour des élèves de fin de cycle 3, qui la travaille depuis le cycle 2. Un tracé sur papier quadrillé ne nécessite pas la connaissance des propriétés des figures à dessiner. Son rôle est de rendre possible très tôt à l'école élémentaire les activités de reproduction et donc les premiers dessins de figures géométriques. La présence du quadrillage peut aussi favoriser le repérage de certaines propriétés comme les angles droits, ou l'égalité de longueurs par comptage des carreaux. La position prototypique ou non de figures sur le quadrillage reste une variable didactique prédominante.

En contre partie, la reproduction sur papier uni s'avère beaucoup plus délicate. Elle nécessite effectivement ici l'identification des propriétés des figures à reproduire, la connaissance des techniques de tracé, la

² NDLR : L'activité n'a donc pas grand intérêt !
Parimaths.com

précision dans l'utilisation des instruments. Elle est accessible et exigible en fin de cycle 3 pour certaines figures, même complexes. La reproduction sur papier blanc, contrairement au quadrillage, va permettre la reproduction de la figure sans nécessairement prendre en compte la position de la figure initiale sur la feuille. Elle favorise donc l'objet géométrique caractérisé par ses propriétés, au-delà du dessin.

ANNEXES 2et 2bis : Géométrie (séance28) : reproduire des figures complexes.

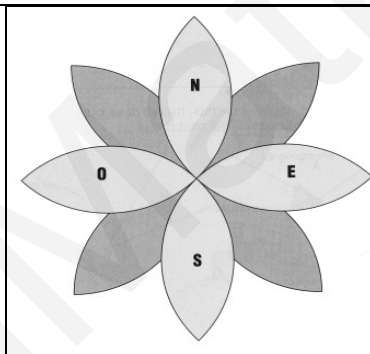
L'analyse porte sur la rubrique *Découverte* de l'annexe 2 et sur l'annexe 2bis, qui présente un extrait du livre du maître correspondant à la séance 28.

ANNEXE 2 : Géométrie : reproduire des figures complexes (28).

Analyser une figure géométrique, faire des hypothèses de construction, les vérifier, utiliser les instruments de géométrie.

Découverte : Observe cette "rose des vents".

1. Retrouve les traits qui ont été effacés après avoir servi à construire cette figure.
2. Reproduis-la sur du papier quadrillé.
3. Reproduis-la sur du papier uni.



Citez une difficulté que peuvent avoir des élèves pour reproduire la rosace à huit pétales, au regard des choix de mise en œuvre de la première phase, explicités dans le livre du maître? Quelle est la raison de ces choix ?

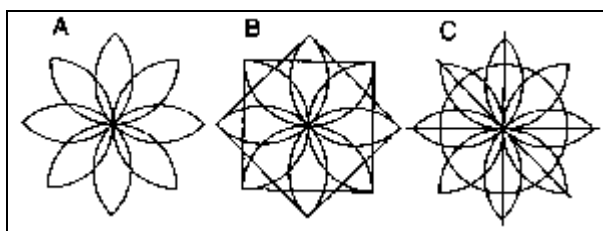
La première phase débute par une activité collective où le dessin représentant la rosace à huit pétales est affiché en grande taille. Seule l'observation est requise, en vue d'identifier un mode de construction possible. Les élèves ne peuvent donc pas agir sur cet affichage, ils ne peuvent que parler. L'enseignant/e veille à ne donner aucune indication. Dans la phase de recherche, certains élèves peuvent dessiner une rosace à six branches, parce que déjà rencontrée au préalable et facile à construire.

L'enseignant/e a choisi cette rosace car elle n'est pas connue des élèves et veut observer leurs stratégies.

La phase de mise en commun doit permettre la présentation de diverses procédures, le débat et l'argumentation pour valider ou non les solutions proposées. Sur le plan didactique, l'enseignant a pu choisir cette rosace pour montrer aux élèves la nécessité de tracés intermédiaires pour arriver à la reproduction finale.

b. Dans la seconde phase, expliquer avec précision en quoi le papier quadrillé est facilitateur pour les élèves, au regard des figures B et C proposées en aide.

Les figures proposées en aide doivent permettre aux élèves de percevoir ces tracés intermédiaires. La présentation sur papier quadrillé permet d'alléger la tâche des tracés. L'utilisation des instruments n'étant pas l'objectif prioritaire de l'activité, le papier quadrillé permet de mener à bien la recherche sans cette difficulté technique.



Sur le plan didactique, le modèle B nécessite le tracé de deux carrés. Le premier va pouvoir s'inscrire dans un carré suivant les lignes du quadrillage. Le deuxième pourra être tracé en se repérant sur ces lignes et par rapport aux axes de symétrie. La difficulté viendra de la taille du quadrillage, ou de la taille du côté du carré si les sommets ne sont pas sur les nœuds. *Les demi-cercles formant la rosace ont pour centre les sommets des carrés.*

Pour le modèle C, la construction des deux droites perpendiculaires, sécantes sur un nœud ne doit pas poser problème. Le tracé de la bissectrice de l'angle droit suivra la diagonale du carreau. *Il reste alors à tracer un cercle centré sur le nœud de départ. Les arcs de cercle sont centrés sur le point d'intersection du cercle avec les droites tracées.*

ANNEXE 2Bis

DECOUVERTE

P R E M I E R E P H A S E

I *Activité collective*

Afficher au tableau un dessin de grande taille représentant la rosace à 8 pétales. Laisser les enfants observer la figure puis leur dire qu'ils vont avoir à la reproduire et leur demander de dire ce qu'ils ont observé.

Privilégier les observations qui portent sur le mode de construction possible.

II *Première recherche individuelle.*

Demander aux enfants de reproduire cette rosace. Il est fort probable que les enfants réalisent une rosace à six branches en utilisant le compas. Cette construction leur est familière.

III *Première mise en commun*

Afficher les productions et demander aux enfants de commenter leurs productions. L'observation du "décalage" entre propositions et modèle doivent amener plusieurs hypothèses de construction. Les discuter, les argumenter par des essais de constructions afin de les confirmer ou de les infirmer. Cette phase peut néanmoins amener à un blocage de la situation si les enfants appuient toutes leurs propositions sur la rosace à 6 branches. Ce blocage sera levé par la suite du travail proposé, le maître ne doit pas donner lui-même de méthode de construction.

IV *Lecture de la consigne 1(annexe2)*. Distribuer des photocopies de la figure A sur lesquelles les enfants peuvent faire les constructions qu'ils jugent nécessaires.

V *Deuxième recherche individuelle*.

Si les enfants restent bloqués, leur distribuer des photocopies des dessins B ou C qui doivent leur permettre de repérer les traits de construction qui ont été effacés :

pour le dessin B, les deux carrés, bases de la construction, et leurs positions relatives;

pour le dessin C, les quatre diamètres qui partagent le disque en huit angles égaux.

D E U X I E M E P H A S E (Extrait)

VII. *Lecture de la consigne 2(annexe 2)*. Distribuer des feuilles de papier quadrillé. Les élèves peuvent choisir le procédé de construction de leur choix.

Pour conclure

Au cours des différents cycles, les élèves passent de connaissances spatiales à des connaissances géométriques. En cycle 3, L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à **une étude ayant recours aux instruments de tracé et de mesure pour valider certaines propriétés**. Les principaux instruments et techniques utilisés sont la règle, l'équerre, le compas, le calque, le papier quadrillé, le papier pointé, le pliage. L'utilisation de ces supports différents amène à travailler des compétences spécifiques dont l'enseignant/e devra tenir compte pour garder la pertinence de l'activité.

Nous retiendrons que l'utilisation du papier quadrillé, comme celle du papier pointé, permet de proposer plus tôt ce travail de tracé géométrique sans besoin d'expertise dans l'utilisation de certains instruments.