

D22C. Autour des Solides

Ce fichier, corrigé di fichier **D22**, vous présente une séquence d'apprentissage autour des polyèdres. Nous avons présenté dans le fichier **D10**, un jeu du portait des polygones, activité propice à l'introduction du vocabulaire sur les figures planes. Ce jeu du portait peut se transférer aisément aux solides en préalable des activités présentées ici qui ciblent davantage les patrons et les représentations des solides.

Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

Analyse d'une séquence d'apprentissage 1

1. Citez les trois principales compétences travaillées en cycle 3 concernant les objets de l'espace, dont vous préciserez la nature.

Ces principales compétences s'inscrivent dans les programmes qui énoncent les objectifs suivants : reconnaître, décrire et nommer les figures planes et solides usuels (cycle 2), reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels et connaître quelques unes de leurs propriétés (cycle 3).

Les connaissances visées portent sur les solides usuels : cube et pavé droit en CE2, prisme en CM1, cylindre en CM2. Les autres objets tels que polyèdres, pyramide, cylindre, cône, sphère...ne sont pas étudiés spécifiquement, mais ils seront présentés afin de pouvoir identifier les solides les uns par rapport aux autres ainsi que leurs caractéristiques principales.

Compétences:

- Décrire un polyèdre, le nommer, utiliser le vocabulaire : face, arête, sommet.
 Caractériser un polyèdre par le nombre de ses faces, de ses sommets, de ses arêtes, par les relations de voisinage entre ces éléments.
- Construire un polyèdre à partir d'un patron, réaliser le patron
 On réalise d'abord les empreintes des faces à partir d'un objet réel, puis on les dessine à partir de gabarits après identification des faces sur l'objet.
- · Identifier un polyèdre à partir d'un patron, compléter un patron
- Représenter un polyèdre par un dessin, en particulier reconnaître un polyèdre représenté en perspective cavalière peut être une compétence travaillée en fin de cycle 3 mais elle n'est pas exigible (découverte).

D'après Rennes 1998

- **2.** La séquence s'appelle « Géométrie : Construction de polyèdres »
- a. Comment caractériseriez-vous un polyèdre pour des élèves de ce niveau ? Donner un exemple de solide que vous pourriez présenter qui ne soit pas un polyèdre.

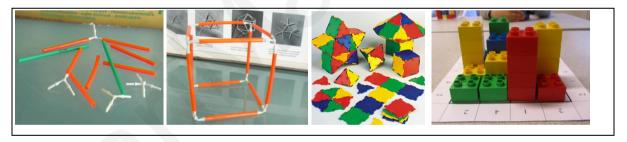
Un polyèdre est un solide dont les faces sont des polygones. Par exemple une sphère, un cylindre ne sont des polyèdres.

b. Sur quel type de représentation des polyèdres cette séquence s'appuie t'elle ? Citez deux autres représentations à travailler avec les élèves.

Cette séquence travaille essentiellement la représentation sous forme de patron et le passage du patron (représentation en 2D) à l'objet (en 3D). L'objectif de la séquence est explicité sous la forme « construire des polyèdres à partir de divers types de représentations : patrons, schémas ».

En cycle 3, les solides sont rencontrés sous diverses formes, en fonction des compétences visées :

- Description des objets réels (manipulation possible)
- Présentation de photos d'objets (association objet/photo, avec plusieurs photos possibles pour le même objet)
- Observation de différents points de vue spatiaux : face avant, arrière, côté... (par exemple avec des cubes à faces colorées²)
- Patron: passage du solide au patron (empreintes des faces, gabarits)
- Dessins : approche du codage de la perspective cavalière (les activités de construction avec matériel de type « pailles articulées » matérialisant les arêtes et sommets, préparent la représentation en perspective cavalière.)



La présentation par l'enseignant avec un logiciel de géométrie dynamique de l'espace peut permettre de montrer les différentes 'vues' ainsi que la mise à plat.

c. En vous appuyant sur l'annexe C, caractériser la démarche pédagogique choisie par un enseignant qui suivrait le livre du maitre pour mener sa séquence.

La démarche de l'enseignant s'appuie sur un modèle socio constructiviste : l'élève est acteur dans l'élaboration du nouveau savoir. Le travail d'exploration collective (appropriation), puis individuel ou en binôme (phase de recherche), enfin la mise en commun favorise l'interaction entre les élèves. Les nouvelles connaissances s'appuient sur les représentations des élèves. La démarche d'investigation de l'élève favorise le questionnement, l'élaboration d'hypothèses, la recherche par essais, et la validation des hypothèses.

² Voir photos en D22 Parimaths.com

d. Citez deux activités préliminaires qui pourraient être proposées, lors de séances précédentes ?

Au préalable il serait nécessaire de faire manipuler des objets réels de formes diverses, faire classer des solides en laissant le choix des critères aux élèves qui seront inventoriés lors de la mise en commun, donner du sens à la notion de patrons.

Pour travailler le vocabulaire :

Un jeu du portrait (en collectif à l'oral) peut permettre de travailler l'observation, la reconnaissance des objets et le vocabulaire exigible. L'écriture de messages, l'émetteur donnant une description de son solide au récepteur qui va le découvrir, permet de consolider ses connaissances.

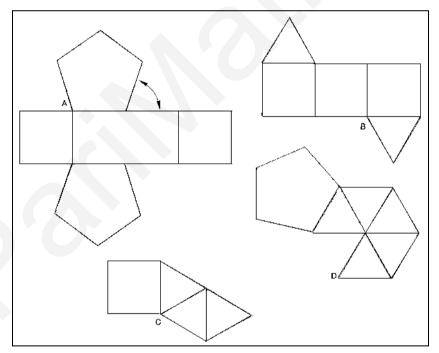
Pour initier la notion de patron :

Faire réaliser des empreintes de faces à partir du solide, avant l'utilisation des gabarits (ce travail peut avoir été fait les années précédentes), c'est-à-dire passer de l'objet 3D à la représentation 2D.

On pourrait aussi faire associer des objets et des patrons simples en situation découverte pour faire un diagnostique des représentations des élèves : identification du nombre de faces et de leur forme, avant cette séance qui travaille les relations de voisinage.

3. Etude des Annexes A et B

a. Indiquez pour A, B, C, D (annexe I) le nom des solides correspondants, les patrons incomplets et les faces manquantes.

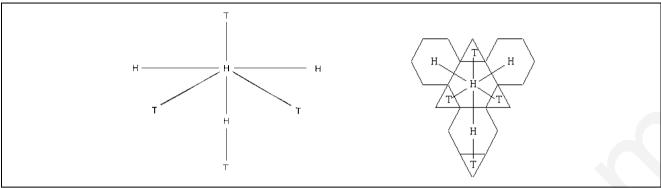


Le solide A est un prisme droit dont la base est un pentagone régulier convexe. Il manque une face carré. Le solide B est un prisme droit à base triangulaire. Le patron est complet.

Le solide C est une pyramide à bas carrée. Il manque une face en forme de triangle équilatéral.

Le solide D est une pyramide dont la base est un pentagone régulier convexe. Le patron est complet.

b. Le manuel présente ensuite en exercice un nouveau schéma (annexe II). Donner une interprétation de ce schéma en expliquant ce qu'il représente.



Ce schéma représente les relations de voisinage entre les faces : chaque face est représentée par une lettre indiquant sa nature, ici 4 triangles T et 4 hexagones H. Les segments indiquent que les deux faces ont un côté commun.

c. Retrouvez le nom du solide qui a été effacé.

Ce solide est un tétraèdre tronqué. Un tétraèdre est une pyramide à base triangulaire. En tronquant les 'pointes' d'un tétraèdre à ces quatre sommets, on obtient quatre triangles. Les faces restantes sont alors des hexagones. Le schéma de voisinage précédent permet d'élaborer un patron de ce solide, présenté ci-dessus.

d. Réaliser un schéma de même type pour le solide D, dont vous préciserez le nom.



Pour le solide D dont le patron est juste, le schéma peut se présenter sous la forme ci-dessus. La base de ce solide est un pentagone irrégulier, les faces adjacentes cinq triangles. Ce solide est une pyramide irrégulière à base pentagonale.

ANNEXE C.

Extrait du document correspondant dans le livre du maître.

Matériel : Les patrons de la page 150 tirés sur de la cartoline et sur une feuille ordinaire.

PREMIERE PHASE

Exploration collective

Lecture de la consigne et observation des dessins.

« Ce sont des patrons de polyèdres, mais sont-ils complets ? Va-t-on obtenir un polyèdre si on les découpe et si on les referme ? Il faut que toutes les faces soient présentes. »

On demande aux enfants de répondre d'abord oralement à la question, en imaginant la forme du polyèdre qu'ils pensent obtenir, puis en vérifiant leurs hypothèses, d'une part en portant des codes de couleur sur les

côtés qui vont former une arête, d'autre part en coloriant d'une même couleur les angles qui vont former un sommet.

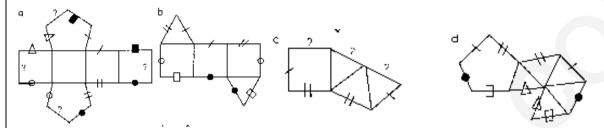
Travail individuel ou par deux

Il s'agit de vérifier les hypothèses.

Chaque enfant (ou groupe de deux) possède les figures sur une feuille (cartoline et ordinaire)

Mise en commun

Les enfants comparent leurs résultats avec d'autres ou viennent afficher leurs propositions pour une discussion collective.



"Les flèches qui avaient été tracées correspondent-elles à des côtés formant une arête ?" Comparer avec la feuille témoin.

Correction

DEUXIEME PHASE

Travail individuel

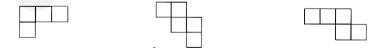
Demander aux enfants de compléter les patrons a et c, de tous les découper et de les refermer pour obtenir les polyèdres.

Mise en commun

Comparer les polyèdres obtenus. "Se sont-ils refermés comme on s'y attendait ? Sinon, d'où proviennent les erreurs (pour a et c) ? Les places, dimensions et propriétés des faces manquantes ont-elles été respectées? Les couleurs attribuées aux angles correspondent-elles à un même sommet ?" Comparer avec la feuille témoin.

Réinvestissement

Reprendre ce travail avec des patrons incomplets de cube.



Pour conclure

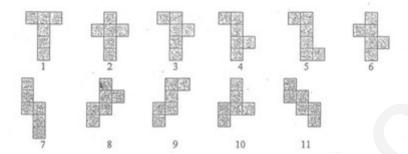
Au cycle 3, les élèves reconnaissent, décrivent et nomment les caractéristiques du cube et du pavé droit, vus durant le cycle 2, ainsi que le cylindre et le prisme droit. Ils étudient quelques patrons, du cube au solide droit, les reconnaissent et les complètent. Ils utilisent un vocabulaire spécifique, *sommet, arête, face*.

Procédures possibles pour la construction d'un prisme droit

Il s'agit selon la consigne et le matériel mis à disposition de constituer un solide identique à un modèle donné, soit directement en tant qu'objet à trois dimensions, soit par l'intermédiaire d'un patron.

On appelle patron une surface plane (figure plane faite d'un seul morceau) qui, dans le pliage, permet d'obtenir exactement le solide sans recouvrement.

Le patron d'un solide donné n'est pas unique, compte tenu de la disposition des faces. Le cube a 11 patrons standards, si l'on ne différencie pas les rectos verso de chaque face (9 autres si on les différencie).



Le tracé sur papier blanc avec les instruments géométriques de chacune des faces n'est pas exigible en cycle 3. Le travail à l'aide de gabarits ou d'empreintes, est privilégié afin d'éviter que les difficultés inhérentes à la construction de carrés ou rectangles sur papier blanc ne viennent parasiter le travail spécifique sur les patrons.

On peut cependant noter ici que l'activité inverse peut être proposée, à savoir identifier un solide à partir d'un de ses patrons, par exemple à partir de la nature des faces, éventuellement déterminée par la vérification de propriétés géométriques avec les instruments.

Si le solide est disponible, on peut procéder en prenant des empreintes des faces :

- · Reproduction face par face, séparément, puis assemblage des faces
- On peut aussi faire basculer plusieurs fois de suite le solide sur la feuille jusqu'à obtention d'un patron partiel (sans couvercle que l'on ajoutera ensuite) ou d'un patron complet. Dans ce cas, les difficultés relèvent de l'organisation : compter chaque face une et une seule fois

Si le solide n'est pas physiquement disponible (éloigné, ou donné par une représentation en photo ou en perspective), et que l'on dispose d'un lot de formes servant de gabarits pour les faces du solide, il faut

- · repérer sur le solide les différentes faces (nature et nombre)
- · repérer sur le solide quelles sont les faces adjacentes, celles qui sont *en contact*, et les côtés par lesquels elles le sont.

On peut alors soit reconstituer directement l'assemblage en 3D, soit construire d'abord un patron du solide. Dans ce cas, la principale difficulté réside dans le fait qu'il faut transférer mentalement des relations d'adjacence 3D en relations d'adjacence 2D, en imaginant qu'on déplie le solide qui sert de modèle.

Validation d'un patron

· Validation mentale préalable au découpage : faire imaginer que l'on pose le solide sur une des faces du patron, et que l'on replie ... Les logiciels de géométrie dynamique actuels peuvent aider l'enseignant/e à montrer cette représentation (vidéo) et aussi à s'en imprégner !

- · Validation physique : on découpe et on plie. On peut faire le pliage en superposition *sur le solide*, pour tester si le patron peut le recouvrir.
- Si le matériel le permet, on peut aussi déplier le solide initial en le découpant selon plusieurs arêtes afin de l'ouvrir.
- · Attention : plusieurs patrons correspondent à un même solide ...

Erreurs classiques sur les patrons

- Le nombre de faces (il en manque, il y en a trop)
- La position des faces : si une face est mal placée, il peut y avoir chevauchement lors du pliage pour fermer le solide.
- La longueur des arêtes qui sont en contact et qui, si elles n'ont pas la même longueur, ne coïncideront pas.
- La forme des faces.

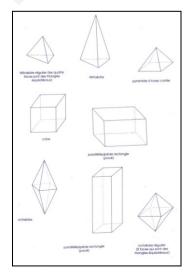
Variables didactiques pour la conception des activités de construction de patrons

- Le choix du solide, connu ou non des élèves
- La présentation effective / ou non de l'objet (solide)
- L'autorisation ou non de découper.

Reconnaître un solide sur une représentation plane (2D)

Lecture de représentations en perspective cavalière* pour reconnaître certains polyèdres (solide classique connu ou autre solide préalablement présenté par exemple lors d'un jeu du portrait). L'apprentissage vise essentiellement à donner du sens à cette représentation, dans laquelle l'élève perçoit souvent une représentation d'un objet du plan. Par exemple il voit des carrés et des parallélogrammes sur la représentation d'un cube.

La réalisation d'une représentation en perspective cavalière n'est pas du ressort du cycle3. Une représentation dessinée d'un solide donné peut être demandée dans une activité de découverte, surtout pour permettre un diagnostique sur les représentations des élèves à ce stade de l'apprentissage.



*Règles de construction en perspective cavalière que l'enseignant doit connaître, bien que ces propriétés ne soient pas énoncées au cycle 3.

- · Le parallélisme est conservé, les alignements sont conservés, les rapports de longueur sont conservés, donc en particulier les égalités de longueur.
- · Dans un *plan de face*, c'est-à-dire parallèle au plan de la représentation, les mesures des angles et des longueurs sont conservées.
- Toutes les arêtes orthogonales à ce plan frontal, appelées arêtes fuyantes, sont représentées par des segments, inclinés d'un même angle par rapport à une direction fixe (en pratique l'horizontale). La mesure de cet angle de fuite vaut généralement 45° ou 30°.
- · La longueur des arêtes fuyantes est obtenue à partir des longueurs réelles par multiplication par un facteur commun à toutes les arêtes fuyantes (souvent : 0,5)
- · Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.