

D2C. Autour du NOMBRE en Cycle 1

Ce fichier D2C, corrigé du fichier **D2**, aborde le thème des apprentissages numériques en Maternelle. Il présente deux situations d'apprentissage autour des deux aspects du nombre. Les différentes phases du déroulement de la séance sont souvent mises en œuvre autour d'une **situation problème**, propre à introduire un savoir nouveau ou une procédure nouvelle.

Nous avons développé dans le fichier **E. Résolution de problème à l'école**, la notion de problème en Mathématiques. Vous trouverez la spécificité de l'apprentissage par résolution de problèmes en maternelle dans les fichiers **EC1**. Certains portent plus spécifiquement sur la construction du nombre en Maternelle. Nous vous invitons, si ce n'est déjà fait, à lire ces documents afin d'enrichir votre vision sur les connaissances et les compétences travaillées en cycle 1.

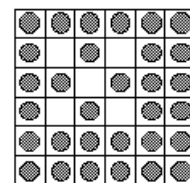
Les réponses apportées ici ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

Au-delà des réponses aux questions posées, vous trouverez dans ce corrigé, quelques compléments pour vous permettre d'intégrer les modèles d'apprentissage sous jacents et de les transférer à d'autres sujets (en italique).

Analyse de deux situations d'apprentissage

A. Construction d'une collection équipotente¹ à une collection fixée².

Dans une classe, on dispose de quadrillages carrés 6×6 . Des grilles sont constituées en disposant des jetons sur certaines cases de ces quadrillages. Une boîte contenant d'autres jetons est placée sur une table éloignée des enfants. Il s'agit pour les élèves de compléter une grille donnée à l'aide de ces jetons.



L'activité se déroule selon les phases suivantes :

Phase A : La maîtresse fait travailler individuellement quelques élèves.

Elle dit : " Tu vois, j'ai un carré avec des cases (elle les montre du doigt). Je veux mettre un jeton par case. J'ai commencé, c'est toi qui vas finir. "

Phase B : Les enfants continuent à travailler individuellement. De nouvelles grilles sont constituées.

¹ Une collection équipotente à une autre est une collection ayant le même nombre d'éléments.

² D'après Grenoble 1996. Cette situation est issue de l'ouvrage : " un, deux... beaucoup, passionnément ". Collection Recherches/Pratiques (INRP)

La maîtresse ajoute : " *Tu n'as droit qu'à un seul voyage pour aller chercher tes jetons. Il faut que tu en prennes juste assez, ni plus, ni moins, pour compléter la grille.* "

Phase C : Les enfants sont maintenant groupés par deux. Un des enfants reçoit une grille que l'autre ne voit pas. La maîtresse donne la consigne suivante en s'adressant successivement à chacun des deux élèves de chaque groupe : " *Toi, tu vas compléter la grille en demandant à ton camarade juste ce qu'il te faut de jetons, et toi, tu ne devras faire qu'un seul voyage.* "

Phase D : Le travail se fait toujours par groupes de deux. La maîtresse modifie la consigne de la phase C, en imposant que la demande de jetons se fasse par écrit.

1. Indiquer les principales compétences disciplinaires et transversales visées dans ces activités.

A ce jour, la Grande Section fait partie du Cycle 1 et du Cycle 2. Les compétences travaillées à travers cette activité relèvent donc des deux cycles³.

Compétences relatives aux quantités et aux nombres en cycle 1

- Comparer des quantités, résoudre des problèmes portant sur les quantités
- Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30
- Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus
- Associer le nom de nombres connus avec leurs écritures chiffrées

Compétences relatives aux quantités et aux nombres en cycle 2

Compétence 3 : les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

- Ecrire, nommer, comparer, ranger les nombres entiers naturels (inférieurs à 1 000, jusqu'à 100 en CP)

Compétences transversales

Compétence 7 : l'autonomie et l'initiative

- Ecouter pour comprendre, interroger, répéter, réaliser un travail ou une activité
- Echanger, questionner, justifier un point de vue
- Travailler en groupe, s'engager dans un projet

2. Analyse du support de l'activité (grille et jetons)

Déterminer deux paramètres (variables didactiques) que l'enseignant peut faire varier pour concevoir une séance d'apprentissage adaptée aux capacités des élèves de sa classe.

Nous allons voir ici comment le support choisi pour une activité peut avoir une incidence sur les procédures utilisées par les élèves. Plusieurs **variables didactiques** permettent de concevoir une séance d'apprentissage adaptée aux capacités des élèves de sa classe :

- L'enseignant peut faire varier **le nombre de cases vides** : les enfants de l'école maternelle ne savent compter qu'un nombre limité d'objets (par exemple jusqu'à cinq, dix, douze...). L'enseignant doit en tenir compte s'il veut atteindre son objectif, en fonction des capacités de chacun.

³ Référence aux programmes 2008

- Il est important de noter une variable didactique importante ici, mais qui n'est pas directement en lien avec les capacités des élèves : dans toute la situation, la boîte contenant les jetons est éloignée des grilles. C'est cet éloignement qui donne sens à la situation d'apprentissage.*

O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O				O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O	
O	O			O		O	O		
O	O	O	O	O		O	O		
		O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O				O
O	O				O	O	O	O	O

O	O	O	O		O	O	O	O	O
O	O		O	O	O	O	O		O
O		O	O	O	O	O		O	O
O	O	O	O	O		O	O	O	O
O	O		O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O		O		O		O
	O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O		O	O	O	O
O	O	O	O		O	O	O	O	O
	O	O	O	O		O		O	O

Cette situation s'articule autour de quatre phases d'apprentissage durant lesquelles la consigne évolue ainsi que l'organisation du travail. L'analyse de ces différentes phases d'apprentissage va permettre de faire ressortir les procédures de résolution, les difficultés rencontrées, les objectifs spécifiques à chaque phase, les productions des élèves.

Phase A. C'est une phase de découverte de la situation. Peu de contrainte, l'essentiel étant que les élèves comprennent et s'approprient ce qui leur est demandé. Le travail individuel de chacun permet à l'enseignant de repérer les capacités de chacun face à la situation. Beaucoup d'enfants iront chercher une poignée de jetons, puis rempliront les cases vides, sans les avoir comptées. Certains prendront volontairement beaucoup de jetons pour être certain de ne pas en manquer, d'autres effectueront plusieurs voyages prenant au hasard une quantité de jetons. Certains enfin peuvent tenter le dénombrement correctement ou non. La correspondance terme à terme entre jetons et cases ne peut être utilisée qu'au retour comme procédure de validation.

Phase B. Dans cette phase de recherche, l'enseignant introduit une nouvelle contrainte : ne faire qu'un seul voyage. Avec cette contrainte il devient nécessaire de mémoriser la quantité de jetons. L'objectif principal est bien d'amener les enfants à utiliser le nombre, donc de dénombrer avant de se déplacer. Il n'est pas précisé ici si les enfants peuvent utiliser une trace écrite. Compte tenu du déroulement des phases suivantes, on peut penser que non.

· La mise en correspondance entre les mots de la comptine et les cases vides, sans oublier une case et sans compter plusieurs fois la même case. Il faut bien sûr connaître la comptine numérique sans erreur.

- Si les cases vides sont dispersées, **une organisation spatiale du dénombrement** est nécessaire.
- Certains enfants ne maîtrisent pas le **principe de cardinalité**, c'est-à-dire ne font pas encore le lien entre le dernier mot prononcé lors du comptage et la quantité de jetons. Il leur sera alors difficile de fabriquer une collection de jetons de même cardinal.
- Si le **nombre de cases vides** est trop important par rapport à leur connaissance de la comptine, certains enfants ne pourront pas résoudre le problème.
- Enfin il ne faut pas exclure **des difficultés de mémorisation** : certains enfants vont oublier le nombre de jetons pendant le trajet.
- Si le nombre de jetons le permet, certains enfants peuvent utiliser leurs doigts pour dénombrer. Une difficulté sera alors de prendre le bon nombre de jetons sans perdre de vue le nombre.

Dans la phase C, quels sont les objectifs visés ?

Phase C. Cette troisième phase est une phase de communication de l'information. L'élève ne travaille plus seul. Il s'est maintenant approprié le problème qui lui est posé et doit transmettre à un camarade les informations lui permettant de résoudre le problème. L'objectif principal de la phase précédente était de **construire le nombre comme outil pour résoudre un problème de dénombrement**. Ici, l'objectif principal est de **construire l'écriture du nombre comme outil pour résoudre le problème de communication de la quantité**. Il s'agit dans le même temps de **donner du sens à la trace écrite comme mémoire et comme représentation de la quantité**.

L'enseignant va pouvoir durant le déroulement de l'activité, observer les informations transmises et noter les difficultés rencontrées: erreur lors du comptage des cases vides, oubli du nombre lors du trajet, erreur dans la réalisation de la collection de jetons. Un autre objectif, lié au travail à deux, est de faire prendre conscience aux enfants de la nécessité d'une commande précise à l'écrit.

Dans la phase D, quels types d'informations écrites peuvent se transmettre les élèves ?

Phase C. La principale difficulté dans cette phase est de communiquer les quantités par écrit. Les élèves peuvent :

- Soit utiliser **une représentation par des collections intermédiaires** : des dessins qui reproduisent la configuration spatiale des cases vides ou des jetons, une succession de marques servant de codage à chaque étape du dénombrement (bâtons, croix...), ou les nombres correspondant successivement aux cases vides comptées.
- Soit **utiliser les écritures chiffrées** en indiquant directement le cardinal de la collection.

La mémorisation de la graphie des chiffres de 1 à 9 est un objectif de la grande section maternelle. S'ils n'ont pas encore mémorisé l'écriture d'un nombre, ils peuvent utiliser la bande numérique de référence, en général présente à l'affichage dans les classes bien au-delà de 10...



4. En prolongement de cette situation, proposez une nouvelle phase d'activité pour les élèves encore en difficulté.

Une dernière phase, dans ce type de situation d'apprentissage est la *phase de différenciation*. Certains élèves ont tout compris quand d'autres sont encore hésitants, voir bloqués.

En différenciation, l'enseignant pourrait reprendre l'activité pour les élèves ayant encore besoin d'une aide en jouant sur les variables didactiques qui permettront à chacun de dépasser ses difficultés. Il peut faire varier la taille de la grille et le nombre de jetons global selon les capacités numériques des enfants.

Pour les enfants ayant des difficultés sur le dénombrement, il peut jouer sur la disposition des cases pour faciliter le comptage. Il peut aussi proposer la bande numérique pour aider à 'compter'.

Pour les enfants ayant des difficultés sur la mémorisation lors du trajet, il peut faire choisir à l'enfant une carte représentant le cardinal parmi des cartes représentant les écritures chiffrées des nombres.

Pour les enfants ayant des difficultés sur l'écriture du nombre, la carte peut servir de modèle.

B. Reconstitution de la suite numérique avec un jeu de cartes⁴

Règle du jeu

Les enfants jouent avec un jeu de 52 cartes usuel, auquel on a retiré les figures (valet, dame, roi, joker).

On joue à 2, 3 ou 4 joueurs. On distribue 5 cartes par enfant et le reste constitue la "pioche". On retourne la première carte de la pioche et on la pose sur la table.

Le but du jeu est d'aligner, dans l'ordre des nombres, sans nombre "sauté", le plus possible de cartes de la même famille. Le premier joueur qui n'a plus de cartes a gagné.

Chaque joueur, à son tour, essaie de compléter la suite des cartes jouées en plaçant des cartes de son jeu, dans l'ordre, à droite ou à gauche. Il pose toutes les cartes possibles qu'il a dans son jeu. S'il ne peut pas poser de carte, il a le droit de prendre une seule carte dans la pioche pour essayer de poser une carte.

Lorsqu'une famille est complète, de 1 à 10, on la retire et on retourne une nouvelle carte de la pioche.

L'analyse de ce jeu porte sur les aspects numériques et logiques. Dans un jeu de cartes traditionnel, une collection d'objets est représentée selon une configuration spatiale reconnaissable ainsi que l'écriture chiffrée du cardinal de cette collection.



1. Détailler la tâche de l'élève et analyser le ou les aspect(s) du nombre auquel le jeu se réfère.

Vous avez tous un jour fait des réussites ! Pour réaliser une suite numérique avec des cartes, le joueur est confronté à une activité de rangement, mais aussi de comparaison à chaque étape.

C'est l'**aspect ordinal du nombre** qui est mis en relief dans le rangement puisqu'il s'agit de ranger les cartes de la plus petite à la plus grande. Cependant à chaque étape, en déterminant si la carte suit ou précède celle déjà

⁴ D'après Dijon 1998. Inspiré du manuel "Math en herbe", collection Diagonale, éditions Nathan. Dominique Valentin a repris ces jeux de cartes dans ces ouvrages pour la Maternelle.

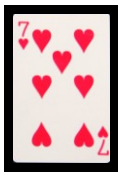
placée, il existe bien une activité de comparaison entre 2 cartes. Deux aspects peuvent alors être présents selon la procédure utilisée par l'enfant : pour déterminer si, par exemple $7 < 9$, il peut savoir que 7 est avant 9 dans la suite numérique (**aspect ordinal**) ou bien que le nombre '7' représente une collection ayant moins d'éléments qu'une collection en ayant '9' (**aspect cardinal**).

2. Enoncer trois procédures différentes permettant à l'élève d'exécuter et de conclure la tâche.

Deux stratégies, l'une utilisant le nombre, l'autre ne l'utilisant pas (comparaison directe des collections par correspondance terme à terme), se déclinent en différentes procédures :

- Lecture du nombre puis connaissance de la suite numérique pour reconnaître deux nombres consécutifs : l'élève lit le chiffre sur la carte posée, par exemple 7, récite la comptine à partir de 1, oralement ou en silence, en s'arrêtant juste après ou juste avant ce chiffre, *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit*, et cherche dans son jeu une carte portant le chiffre 6 ou 8.

L'enfant peut aussi réciter la comptine en démarrant en route (6, 7, 8).



- Utilisation des constellations : les constellations dessinées sur une carte sont telles que l'on peut reconnaître la constellation suivante ou précédente, en ajoutant ou barrant un objet. Cela illustre d'ailleurs bien l'aspect algorithmique de la suite. Cependant les dispositions n'amènent pas toujours à une reconnaissance immédiate de cet aspect.

Ces constellations de petits nombres sont en général vite reconnues spontanément⁵ (subitizing)	Ici la disposition des 4 cœurs n'est pas la même que celle des 3 cœurs. La collection a été réorganisée en ajoutant 1 cœur. L'enfant peut reconnaître les constellations du dé.	Pour passer de 5 à 6, on a dû déplacer un cœur et en ajouter un autre. Là encore, ces constellations sont identiques à celle du dé.
La disposition des 8 cœurs est la même que celle des 7 cœurs auxquels s'est inséré 1 cœur.	Pour passer de 8 à 9, la collection a été réorganisée en ajoutant 1 cœur. La reconnaissance n'est pas immédiate.	Pour passer de 9 à 10, on a déplacé un cœur pour en insérer un autre.

⁵ « Subitizing » : Lire EC1 connaissance du nombre

- Mise en correspondance terme à terme des objets (cœur, carreau ...) des deux collections en rapprochant les deux cartes, et en pointant chaque objet respectivement sur chaque carte pour déterminer sur laquelle il y en a un en plus. Cette procédure est plus longue et plus hasardeuse dans le pointage. On propose parfois des jetons aux enfants comme collections intermédiaires. Ces jetons sont posés sur chaque symbole de la carte.

3. Identifier deux difficultés que l'élève peut rencontrer au cours de ce jeu et citer une aide matérielle que l'enseignant pourrait apporter pour aider à les surmonter.

Un élève peut rencontrer des difficultés d'ordre différent : des difficultés liées au comptage, celles liées à la connaissance de la comptine numérique, celles liées à la lecture des écritures chiffrées.

- oublier de compter un élément
- compter deux fois le même élément.
- ne pas savoir conclure sur la cardinalité
- se tromper dans la comptine, au moment du rangement, "un, deux, trois, quatre, cinq, six, huit, neuf".

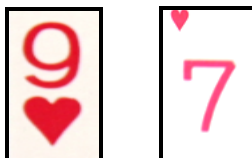
On peut lui proposer comme aide matérielle [l'utilisation d'une bande numérique](#). En comptant par exemple jusqu'à huit sur cette bande, il saura que l'écriture chiffrée de "huit" est "8" et inversement que "8" correspond au nombre "huit". Il utilisera alors peut être la bande numérique pour déterminer directement le suivant ou le précédent d'un nombre donné.

4. Quelle incidence a le choix du support par rapport à l'objectif visé dans cette activité ? Imaginer une évolution de ce support pour favoriser l'évolution des procédures dans cet apprentissage du nombre.

L'objectif général visé par l'enseignant ici est de consolider la suite numérique des nombres de 1 à 10 dans son aspect ordonné et algorithmique, mais aussi dans son aspect cardinal du fait de la présence des collections sur les cartes. Les élèves de GS ont déjà rencontré cette suite numérique. Une compétence plus ciblée, directement explicite dans les programmes, serait *d'être capable de déterminer le suivant et le précédent d'un nombre inférieur à dix*.

L'aspect ludique de l'activité et l'utilisation d'un support faisant partie des jeux traditionnels favorise l'entrée en activité. On peut cependant imaginer une évolution différenciée de ce support selon les procédures utilisées et le niveau des élèves. En effet, en proposant des cartes traditionnelles, l'enseignant ouvre les possibilités d'un recours à des procédures s'appuyant sur la correspondance terme à terme, la perception visuelle des quantités et/ou le dénombrement. A contrario, l'absence de ces collections pourrait favoriser des procédures numériques de comparaison sur les nombres représentés par leur écriture chiffrée, et travailler davantage la suite numérique.

L'enseignant peut donc faire évoluer le support et proposer aux élèves des cartes numérotées de 1 à 10.



On pourrait imaginer deux types de représentation :

Le jeu traditionnel pourrait alors devenir une aide matérielle si l'élève a besoin de recompter en prenant appui sur des collections, plutôt que sur la bande numérique.

Ce **changement de support** a une incidence directe sur la procédure utilisée. Il fait partie des **variables didactiques** de la situation sur lesquelles l'enseignant peut intervenir.

En conclusion

Ces deux situations s'inscrivent dans les programmes, dans le thème « Approcher les quantités et les nombres⁶ » : *Acquisition progressive de la suite des nombres au moins jusqu'à 30, son utilisation dans les procédures de quantification, fonctions du nombre (cardinal et ordinal), appropriation des mots-nombres. Première correspondance entre la désignation orale et l'écriture chiffrée. Apprentissage rigoureux du tracé des chiffres. Situations de distributions, comparaisons, appariements.*

La suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes ou des jeux. Un apprentissage par résolution de problème va permettre de construire les bases des connaissances numériques.

Le premier sujet permet de réfléchir à la conception d'une **situation d'apprentissage** : comment une activité qui pourrait se réduire à une **activité matérielle**, remplir des cases vides de la grille avec des jetons, devient une réelle activité mathématique permettant de donner du sens à la notion de nombre.

C'est une **situation problème**⁷, durant laquelle les élèves peuvent valider par eux-mêmes le résultat de leur recherche, en posant directement les jetons sur les cases vides de la grille. Le déroulement en plusieurs phases se retrouve dans ce type de situations d'apprentissage.

Plusieurs ouvrages⁸ offrent des scénarios de telles situations. L'enseignant/e peut s'en inspirer pour en construire de nouvelles et surtout s'imprégner progressivement du modèle sous-jacent à ce type d'apprentissage qui se structure globalement suivant trois axes : situation amenant un questionnement, recherche de solutions par les élèves, validation de ces solutions par les élèves individuellement ou lors de mise en commun. L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème bien que les connaissances requises ne soient pas encore disponibles ; il doit avoir la possibilité de décider si sa solution et/ou sa procédure est acceptable, de façon à ressentir par lui-même la nécessité de la connaissance nouvelle visée par l'enseignant/e. Le rôle de l'enseignant concepteur est alors :

- Identifier le savoir en jeu, (nouveau ou en évolution)
- Créer un habillage de la situation qui transpose le problème dans l'univers de l'enfant.
- Prévoir les modalités de réalisation : le matériel, la tâche elle-même, la disposition de l'espace utilisé.
- Préparer la passation de consigne (écrite ou orale) avec précision. Il est en particulier important de repérer ce qu'il ne faut pas dire pour ne pas « souffler » des pistes de résolution aux élèves, et cela n'est pas si naturel !
- Anticiper le rôle de chacun pendant l'activité, y compris celui de l'enseignant/e.
- Prévoir la forme d'une aide éventuelle.

⁶ Voir aussi les fichiers E sur Apprentissages mathématiques en maternelle / Nombre / Albums

⁷ Ce point sera à nouveau développé dans d'autres fichiers D et DC.

⁸ Voir bibliographie dans E.2

De nombreux contextes peuvent être imaginés pour répondre à l'objectif que l'enseignant/e s'est fixé en proposant une situation problème. Les différents domaines (nombre, géométrie, repérage, mesure) sont susceptibles d'être travaillés sous cette forme dans tous les cycles de l'école.

☞ Pour le concours, et au-delà, vous devez être capable de décrire et d'analyser les différentes phases d'une situation d'apprentissage. Vous devez aussi pouvoir identifier les variables didactiques, faire évoluer des supports, proposer des aides adaptées à chaque type de difficultés. Ce qui sera jugé pour le concours relève alors surtout de la justification de vos choix...