

D4C. Autour de la NUMERATION DECIMALE en Cycle 2

Ce fichier, corrigé du fichier D4, aborde l'apprentissage de la numération décimale en Cycle 2. Il présente deux situations d'apprentissage extraites des ouvrages de l'équipe ERMEL¹, selon un modèle d'apprentissage répondant aux compétences 3 et 7 des programmes 2008, qui sont données en Annexe.

Afin d'avoir une vue sur l'apprentissage préalable en Maternelle, nous vous conseillons, si vous ne l'avez pas encore fait, de lire les documents sur la construction du nombre en Maternelle dans les fichiers **EC1**.

En conclusion de ce fichier, sont présentées les grandes lignes de l'apprentissage de la numération orale et de sa désignation écrite littérale.

Les réponses apportées ici ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

Analyse de deux situations d'apprentissage

I. Question préalable

Les situations proposées ci-dessous permettent de découvrir et de structurer les principales caractéristiques de notre système de numération décimale écrite. Quelles sont-elles ?

L'apprentissage de la numération décimale, c'est-à-dire notre numération en base dix, se construit autour de nombreuses activités visant à structurer dès la maternelle les groupements (par 5, par 10), les groupements échanges (1 contre 10), la notion d'algorithme (+1), sur lesquels s'appuie notre numération. Ces activités amènent, par des situations d'apprentissage conçues autour de cet objectif spécifique, à la désignation écrite du nombre et à la notion d'écriture positionnelle, chaque chiffre n'ayant pas la même valeur selon sa position.

Une suite croissante de nombres *itérée de 1 en 1*.

Des *groupements par dix*, base de notre numération qui s'exprime dans le terme *décimale*

Des *échanges* structurant la différence entre *valeur et quantité*

Une *numération écrite positionnelle*, la position des chiffres dans l'écriture du nombre définissant leur valeur.

¹ ERMEL : Equipe de Didactique des Mathématiques. Institut national de recherche pédagogique.
Parimaths.com

II. Situation 1 : La bande numérique

Le document B présente la fabrication d'une bande numérique à partir de morceaux découpés. La plupart des élèves ne connaissent la suite des nombres que jusqu'à 50/60. Chaque enfant reçoit une feuille photocopie comme celle-ci-dessous, et doivent répondre à la consigne suivante :

« Voici des morceaux qui ont été pris dans une bande numérique comme la vôtre. En les découpant et en recollant les morceaux qui conviennent, faites une bande numérique régulière, à partir de 1 et la plus longue possible. »

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29				
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	
55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	
44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	
69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	
92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104		

1. Quel aspect du nombre fait travailler cette activité ? En quoi cette activité répond-elle aux compétences 3 et 7 présentées en Annexe ?

Le nombre se travaille dès la maternelle sous deux formes : l'aspect cardinal pour dénombrer une quantité et l'aspect ordinal pour ranger, ordonner ou graduer. Ici ce sont l'aspect ordinal et l'aspect algorithmique de la suite croissante ordonnée des nombres qui sont travaillés.

Cette activité place l'élève en situation de recherche, puisqu'il ne connaît pas la bande numérique qu'il va s'efforcer de construire au-delà des nombres connus. L'élève doit donc être capable (compétence 3) de résoudre un problème simple en observant et menant des investigations. Sur le plan mathématique, il doit connaître, ici plutôt reconnaître, c'est-à-dire savoir lire, écrire et nommer, les premiers nombres entiers naturels (inférieurs à 100), les ranger et écrire une suite de nombres, ici dans l'ordre croissant.

La mise en œuvre de cette situation problème laisse à l'élève toute initiative et toute autonomie dans sa démarche (compétence 7) pour s'engager dans la réalisation de cette activité pour atteindre l'objectif

proposé par l'enseignant. N'ayant pas de précision sur la mise en œuvre, on peut cependant penser² qu'après la recherche individuelle ou en binôme, où l'élève aurait alors à travailler en groupe, les bandes seront affichées au tableau et soumises à la validation de la classe. Chacun doit alors être capable d'échanger, questionner, justifier un point de vue, d'écouter pour comprendre, interroger.

2. Citez deux variables didactiques de cette activité (en gardant la même consigne).

Les seules variables sur lesquelles l'enseignant peut jouer pour construire cette activité sans changer la consigne, sont les valeurs numériques en jeu sur les différents morceaux de bande.

- Le choix des extrémités (9 ou autre)

19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

- Plage de superposition ou non

55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68

69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

- Assemblage des premiers morceaux, accessible facilement puisque la plupart des élèves connaissent la suite des nombres jusqu'à 50/60.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43

44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57

3. La bande numérique commence ici à 1. Au début du cycle 2, par quel nombre choisiriez-vous de faire commencer la bande : 0 ou 1 ? Justifiez votre choix.

La bande numérique commence ici à 1. En effet au cycle 1, le dénombrement de « 0 » objets n'est pas aisé, à part quand on repère « 0 » absent par exemple, lors du rituel de l'appel. Au début du cycle 2, le passage à la dizaine impose l'utilisation de zéro (1 dizaine et 0 unité) pour marquer l'absence d'unité. Il prend alors sens dans l'écriture de la numération de position, par exemple l'absence de rang entre 13 et 103.

III. Situation 2 : Le jeu du banquier.

Ce document présente une règle du jeu du banquier³.

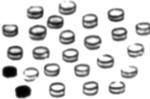
Pour jouer, il faut un dé, des jetons jaunes, des jetons rouges, des jetons bleus, des jetons verts. Chaque joueur lance le dé et, à chaque point marqué, il gagne un jeton jaune. Puis il va échanger ces jetons en utilisant la règle du dix contre un :

- Dix jaunes contre un rouge
- Dix rouges contre un bleu
- Dix bleus contre un vert

Voici les jetons gagnés par quatre élèves A, B, C, D en fin de partie.

² Voir descriptif détaillé dans Ermel, Apprentissages numériques en CP

³ Toujours Ermel ...

			
<i>A</i> gagne 3 rouges et 6 jaunes	<i>B</i> gagne 3 rouges et 2 jaunes	<i>C</i> gagne 4 rouges et 1 jaune	<i>D</i> gagne 2 rouges et 23 jaunes

1. Quel apprentissage est visé dans cette activité ? Quel pré requis relatif au nombre est nécessaire au déroulement de ce jeu ?

A court terme, l'enseignant vise à travers ce jeu de groupements et d'échanges 10 contre 1, à faire comprendre aux élèves la différence entre une quantité de jetons et la valeur de ces mêmes jetons, puisque les jetons de couleur différente n'ont pas tous la même valeur.

Il faut donc que les élèves aient compris qu'il faut faire des **groupements de dix** avant l'échange, et donc il est nécessaire de savoir dénombrer jusqu'à 10.

A plus long terme, l'enseignant vise à donner du sens à la valeur de chaque chiffre, une des caractéristiques de l'écriture positionnelle du nombre dans notre numération écrite.

2. A la question : « Qui a le plus de points ? », un élève répond que c'est l'élève D qui a le plus . Que pensez-vous de cette réponse ? Faites une analyse critique du choix des collections proposées.

C'est l'élève D qui a le plus : le plus de jetons ou le plus de points ?

La collection de l'élève A est composée de 3 jetons rouges et 6 jetons jaunes, soit 9 jetons pour 36 points.

La collection de l'élève B est composée de 3 jetons rouges et 2 jetons jaunes, soit 5 jetons pour 32 points.

La collection de l'élève C est composée de 4 jetons rouges et 1 jeton jaune, soit 5 jetons pour 41 points.

La collection de l'élève D pose problème sur le plan didactique, car si elle a le plus de jetons, 25, elle a aussi le plus de points, 43, soit plus que les autres. L'enseignant ne pourra donc pas savoir si l'élève interrogé a un bon raisonnement et comptabilise les points plutôt que les jetons.

3. L'enseignant veut interroger à nouveau cet élève afin de s'assurer de sa bonne compréhension de la situation. Imaginez une autre collection, celle d'un élève E pour remplacer la collection de l'élève D. Justifiez votre proposition.

On pourrait par exemple proposer pour la collection de l'élève E

- 2 rouges et 14 jaunes : beaucoup en nombre, 16 jetons, moins en valeur, 34 points, et un échange pas terminé comme celui de l'élève D pour voir sur quoi s'appuie la réponse de cet élève pour comparer.
- 1 bleu, 1 jaune : peu en nombre, 2 jetons, beaucoup en valeur, 101 points, puisque le bleu à lui seul vaut 10 jetons rouges.

4. Imaginez une mise en œuvre de ce jeu en Grande Section de Maternelle pour préparer à l'apprentissage mené en CP et décrit ci-dessus.

L'enseignant de CP a pour objectif à travers ce jeu, l'apprentissage des échanges 10 contre 1. Il fait parallèlement comprendre aux élèves la différence entre une quantité de jetons et la valeur de ces mêmes jetons. Ces deux aspects peuvent être travaillés au préalable dès la grande section, en s'appuyant sur un nombre plus petits pour les échanges, par exemple 4 ou 5 contre 1 (au lieu de 10). Par ailleurs, le contexte peut être plus concret. Les élèves auront ainsi déjà compris le principe des groupements échanges avant d'aborder ceux relatifs à la numération décimale, dont le principal objectif est l'écriture positionnelle du nombre.

Un premier jeu, par exemple le jeu du cochon qui rit, peut montrer qu'un objet ne vaut pas toujours le même nombre de points : pas d'échanges mais des valeurs différentes avec des règles du jeu très simples et surtout très adaptables selon votre objectif. En voici une adaptation que nous vous proposons : *Chacun à son tour, le joueur lance deux dés. Pour avoir le droit de prendre le corps du cochon, il faut faire au moins un 6. Pour prendre une oreille ou un œil, il faut faire un 2. Pour prendre une patte, il faut faire un 4. Pour prendre le groin, il faut faire un 1.*

A chaque As, le joueur peut rejouer. Pour prendre la queue, il faut faire un doublon de n'importe quelle valeur. Le jeu se termine lorsqu'un joueur a complété entièrement le petit cochon.

Un second type de jeu, inspiré du jeu des maisons décrit dans Ermel⁴, consiste à construire le plus de maisons possibles comportant un toit, une façade avec porte, deux fenêtres. Des cartes (une trentaine), représentant ces éléments sont disposées en tas devant un groupe de joueurs (carte toit, carte façade avec porte, carte avec une fenêtre). *Chaque joueur lance un dé. Il reçoit le nombre de cartes correspondant à son tirage. La distribution s'arrête à épuisement du tas. Les enfants fabriquent alors leur maison et peuvent négocier des échanges en respectant la valeur de chaque élément : façade avec porte : 5, toit : 3, fenêtre : 1.*

Un premier jeu de marchande peut aussi se mettre en place avec des pièces de 1, des pièces de 2, et des pièces de 5, s'appuyant sur les premiers échanges de la monnaie (sans préciser l'unité en euro qui sera travaillée ultérieurement).

ANNEXE

Les grandes lignes des programmes⁵ du Cycle 2

L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement.

La connaissance des nombres et le calcul constituent les objectifs prioritaires du CP et du CE1. La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations. Conjointement une pratique régulière du calcul mental est indispensable. De premiers automatismes s'installent. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

Compétence 3 : les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

L'élève est capable de :

⁴ Ermel, Apprentissages numériques GS

⁵ Programmes de l'école primaire 2008

- Ecrire, nommer, comparer, ranger les nombres entiers naturels inférieurs à 1 000

Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers naturels inférieurs à 100 en CP

Comparer, ranger, encadrer ces nombres.

Écrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.

- calculer : addition, soustraction, multiplication ;

- diviser par 2 et par 5 des nombres entiers inférieurs à 100 (dans le cas où le quotient exact est entier) ;

- restituer et utiliser les tables d'addition et de multiplication par 2, 3, 4 et 5 ;

- calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples ;

- situer un objet par rapport à soi ou à un autre objet, donner sa position et décrire son déplacement ;

- reconnaître, nommer et décrire les figures planes et les solides usuels ;

- utiliser la règle et l'équerre pour tracer avec soin et précision un carré, un rectangle, un triangle rectangle ;

- utiliser les unités usuelles de mesure ; estimer une mesure ;

- être précis et soigneux dans les tracés, les mesures et les calculs ;

- résoudre des problèmes très simples ;

- observer et décrire pour mener des investigations ;

- appliquer des règles élémentaires de sécurité pour prévenir les risques d'accidents domestiques.

Compétence 7 : l'autonomie et l'initiative

L'élève est capable de :

-écouter pour comprendre, interroger, répéter, réaliser un travail ou une activité ;

-échanger, questionner, justifier un point de vue ;

-travailler en groupe, s'engager dans un projet ;

-maîtriser quelques conduites motrices comme courir, sauter, lancer ;

-se représenter son environnement proche, s'y repérer, s'y déplacer de façon adaptée ;

-appliquer des règles élémentaires d'hygiène.

En conclusion

☞ Il est intéressant d'avoir toujours à l'esprit **les apprentissages préalables** menés sur une notion. Ils permettent de prendre en compte les acquis, que l'on peut, si nécessaire évaluer lors d'une séance d'évaluation diagnostique. **Les pré-requis**, eux, sont les éléments à prendre en compte afin de ne pas perturber l'apprentissage visé par des notions non assimilées qui s'avèrent nécessaires, ou au contraire par des notions parfaitement disponibles et rendant obsolètes l'activité. Ainsi dans l'exemple de la bande numérique, si l'activité est proposée trop tôt, à des élèves qui ne connaissent pas la suite numérique au-delà de 12 ou 15, il leur sera difficile d'imaginer son prolongement. Si l'activité est proposée à des élèves qui connaissent la suite écrite jusqu'à 100, l'activité sera réalisée, mais sans répondre à un objectif d'apprentissage nouveau.

☞ Dès que l'écriture chiffrée des nombres entiers est abordée, un autre aspect rencontré à l'entrée à l'école primaire est la **désignation orale de ces nombres**. L'élève est alors confronté à des caractéristiques très irrégulières du nombre dans sa désignation orale.

Apprentissage des désignations orales et écrites des nombres entiers

Les enfants ont une fréquentation orale habituelle des nombres « *cent mille* » et « *cent dix* » qui se traduisent souvent pour eux par une même famille « des cents » ! Pourtant la structure de ces deux nombres est fort différente : *cent mille* : 100000 = 100 × 1000 alors que *cent dix* : 110 = 100 + 10 .

Les difficultés rencontrées par les enfants dans la mise en relation entre des nombres « dits » et leurs écritures chiffrées, sont souvent mal prises en compte par l'enseignant, parfois même non perçues. Ces difficultés ne relèvent pas seulement de la lecture (déchiffrage) ou de l'écriture (orthographe), mais du fonctionnement simultané du code écrit et du code oral : le code écrit est toujours travaillé, le code oral est supposé acquis, et l'apprentissage souvent laissé à l'initiative de chaque enfant.

La **numération parlée** est un système qui a ses règles propres qui mérite que l'enseignant s'y attarde pour prendre conscience des difficultés que cette construction peut engendrer. Compte tenu des nombreux décalages entre les règles de la numération parlée et celles de la numération écrite, la mémorisation joue un rôle important dans l'apprentissage.

Quelques caractéristiques de notre numération parlée et écrite

Voici plusieurs expressions de trois nombres :

Lecture et écriture sous forme littérale :	<i>Quatre-vingts</i>	<i>dix-sept</i>	<i>deux mille trois cent quatre-vingt-quinze</i>
Écriture sous forme chiffrée	80	17	2395
Le son !	4...20	10...7	2000..300...4...20...15
Le son analysé	4×20	10+7	2×1000 + 3×100 + 4×20+15
Décomposition canonique	8×10	1×10+7	2×1000+3×100+9×10+5

Si l'on observe les différentes expressions d'un même nombre, on voit d'ores et déjà que ces nombres se décomposent tantôt sur un mode additif (17, 29, 70...), tantôt sur un mode multiplicatif (80, 120,...), la plupart en composant les deux modes (312, 264, 687...), et si la décomposition canonique montre une structure claire de la numération écrite, il n'en est pas de même de notre numération parlée ou littérale. On peut cependant y retrouver les caractéristiques d'une numération de position (*deux cents* est différent de *cent deux*), l'utilisation d'un nombre fini de mots et de signes identiques à ceux de la base utilisée (10), un décodage d'une écriture de type additif, multiplicatif et puissances de dix (comme à l'écrit).

Dans la numération parlée et son écriture littérale, on utilise **23 mots - nombres** pour dire les nombres de 1 à mille :

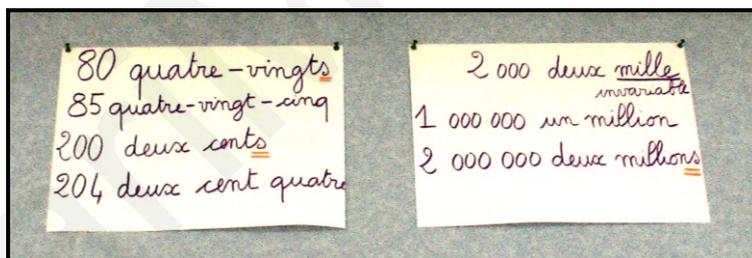
16 mots pour compter de 1 à 16, *5 mots* pour les dizaines de 20 à 60, *cent*, *mille* sont les mots-nombres nécessaires. On remarque que le zéro n'est jamais dit (par exemple, 5006 : cinq mille six) et le 1 n'est prononcé que pour les unités (1115 : mille cent quinze ; 3001 : trois mille un).

La numération parlée et la suite orale présentent **un certain nombre de particularités** comme :

- Certaines dizaines sont cachées : *onze, douze au lieu de dix un, dix deux...*
- Vingt **et** un au lieu de vingt-un, *après dix-huit, dix-neuf...*
- Le mode multiplicatif est parfois caché : *trente au lieu de trois-dix, mais quatre-vingts*
- *Huit mille, huit cents*, pourquoi pas *huit-dix* au lieu de *quatre-vingts* qui utilise la base 20 ($80 = 4 \times 20$)?
- Des variantes régionales : soixante-dix ($60 + 10$) ou septante, mais jamais *sept dix* (7×10), mille deux cents $1000 + 2 \times 100$ ou douze cents 12×100
- Deux modes différents dans 100000 (100×1000) et dans 1100 ($1000 + 100$)
- Au-delà des puissances de la base (*dix, cent, mille*), utilisées jusqu'à mille, on voit ensuite apparaître les millions, les milliards (trois cents quarante-huit *millions* deux cents dix-sept *mille cent douze*), plus réguliers dans leur structure.
- La comparaison se fait directement sur les puissances de la base pour les grands nombres sans rapport avec la longueur « orale » : *neuf cent quatre-vingt-dix-neuf* et *mille*. Pour les petits nombres, on fait référence à la comptine numérique : *vingt-trois* est placé avant *trente*.

Principales règles d'orthographe⁶

- Le trait d'union joint deux éléments qui sont l'un et l'autre inférieur à 100 : *vingt-deux* mais *cent deux*
- *Vingt et cent* prennent un *s* au pluriel quand s'ils ne sont pas suivis : *quatre-vingts* mais *quatre cent un*
- *Mille* est invariable
- *Million et milliard* sont considérés comme des noms et s'accordent au pluriel.



⁶ Penser aux points d'orthographe pour le concours
Parimaths.com