

D15. Autour de la Division au Cycle 3

Ce fichier aborde l'apprentissage de la division au Cycle 3. Nous présentons en première partie, une séquence de manuel sur ce thème, en seconde partie, plusieurs productions d'élèves sur la technique de la division par un nombre à un, deux ou trois chiffres. En fin de fichier, vous trouverez les extraits des documents d'accompagnement des programmes 2008 sur ce thème.

Nous avons vu dans le fichier **D13** que l'**addition itérée** est un des modèles de la structure multiplicative. La division elle, prend appui sur la **soustraction itérée**. Les problèmes de distribution ou de partage amènent à visualiser ces soustractions. Pourtant, contrairement à la soustraction qui peut se définir comme l'opération inverse de l'addition (j'ajoute, j'enlève), la division avec quotient et reste est plus difficilement définie en opération inverse d'une multiplication.

☞ Les réponses aux questions sont présentées dans le fichier corrigé **D15C**.

Les questions posées servent à cadrer votre réflexion. Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

I. Analyse d'une séquence d'apprentissage sur la division¹ (Manuel MATH EN FLECHE CE2²).

1. L'apprentissage de la division commence-t-il en CE2 ?
2. Ecrire les relations qui définissent la division euclidienne d'un nombre entier naturel a par un nombre entier naturel b ($a > b$)
3. Décrire les quatre étapes suivies dans cette progression sur la division (annexes 1 à 4). Vous caractériserez les différents types de problèmes proposés.
4. Les divers résumés « Je retiens bien » correspondent-ils selon vous aux relations proposés en question 1 ? Justifier.
5. Pour l'annexe 2, le livre du maître conseille de ne pas donner le livre aux élèves dans un premier temps mais de copier le texte au tableau jusqu'à « le nombre de glaces que chacun aura pendant les vacances. » afin de résoudre la situation. Quel est l'intérêt de cette démarche ? Justifier. Rédiger deux solutions, différentes de celle du livre, que pourraient donner les élèves.
6. Expliquer, analyser et commenter les procédures de calculs utilisées par Nicolas, Anna et Ronald dans l'Annexe 3.

¹ D'après Toulouse 2000

² Collection DIAGONALE, Editions NATHAN 2000

ANNEXE 2



Vers la division (2)

Avec les nombres...
Chercher des multiples d'un nombre compris entre deux nombres donnés (multiples de 9 compris entre 40 et 60...)

1 Activité

Mamie garde ses six petits-enfants pendant les vacances. Comme ils sont gourmands, elle fait une provision de petits pots de glace.

Elle achète : - 3 boîtes de 12 pots à la fraise,
- 2 boîtes de 16 pots à la vanille,
- 1 boîte de 20 pots à la pistache.



Dès le premier jour, les enfants mangent un pot chacun au goûter.
Le plus jeune en veut un deuxième. Ses cousins ne sont pas d'accord.
Le plus grand déclare :

« Après chaque goûter, il y a 6 glaces de moins. Si chacun en prend plusieurs par goûter, on n'en mangera pas longtemps ! Pour qu'il n'y ait plus de dispute, je vais calculer le nombre de glaces que chacun aura pendant les vacances. »

- Explique ses calculs et termine-les (tu peux utiliser ta calculette).

$$3 \times 12 = 36$$

$$2 \times 16 = 32$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 32 \\ + 20 \\ \hline 88 \end{array}$$

	glaces mangées	reste
1 ^{er} goûter	6	$88 - 6 = 82$
2 ^e goûter	6	$82 - 6 = 76$
3 ^e goûter	6	$76 - 6 = 70$
4 ^e goûter	6	$70 - 6 = 64$



- Complète.
Chaque enfant pourra avoir au maximum _____ glaces.
Il restera _____ glaces.
 $88 = (6 \times \text{_____}) + \text{_____}$
- Les enfants restent trois semaines chez leur grand-mère.
Combien manque-t-il de glaces pour qu'ils puissent en manger une chaque jour ?

1 Exercices

Des sommes d'argent sont distribuées. Chaque personne reçoit la même somme. Complète le tableau.

somme	nombre de personnes		part de chacun	reste
110 F	7	$110 = (\text{---} \times 7) + \text{---}$	---	--- F
250 F	10	$250 = \text{---}$	---	--- F
185 F	20	---	---	--- F
618 F	100	---	---	--- F

2

Pour une exposition, on veut réaliser 8 panneaux avec le même nombre de photos par panneau. On a 108 photos.

- Combien peut-on en mettre par panneau ?
- Combien en restera-t-il ?

3

Avec ta calculette, continue la suite des multiples de 7.

0 7 14 21 28 35 42 49 56 _____ 112

45

- Complète.

$42 < 45 < 49$	_____ < 85 < _____	_____ < 104 < _____
_____ $\times 7 < 45 < \text{---} \times 7$	_____ $\times 7 < 85 < \text{---} \times 7$	_____ $\times 7 < 104 < \text{---} \times 7$
$45 = (\text{---} \times 7) + \text{---}$	$85 = \text{---}$	$104 = \text{---}$

4

Amandine a réparti des boules de cotillons dans des sacs.
Nombre de sacs : 7
Nombre de boules par sac : 42
Nombre de boules restantes : 5

Avec ces renseignements, complète l'énoncé du problème.

Amandine avait _____ boules.
Elle a réparti ses boules _____.
Combien y a-t-il de _____ ?
Combien lui reste-t-il de boules ?

5

Énigme...
J'ai entre 10 et 30 billes.
Quand je les réparties équitablement en 5 tas, il m'en reste 3.

[?] [?] [?] [?] [?] ●●●

Quand je les réparties équitablement en 3 tas, il m'en reste 2.

[?] [?] [?] ●●

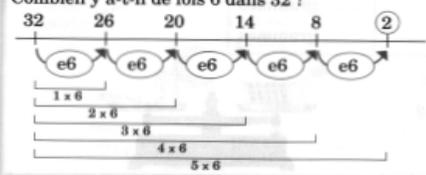
Combien ai-je de billes ?

Je retiens bien

Distribuer des parts égales

Combien y a-t-il de fois 6 dans 32 ?

32 26 20 14 8 ②



On peut enlever 5 fois 6. Il reste 2.
 $32 = (5 \times 6) + 2$

ANNEXE 4



Découvrir la division (2)

Avec les nombres...
Calculer des quotients simples
(35 divisé par 4, 78 divisé par 9, ...)

1 Activité

- Calcule le nombre de jours dans 8 semaines et 3 jours.
- Combien y a-t-il de semaines dans 300 jours ?
Il faut diviser 300 par 7.
Dans 1 semaine, il y a 7 jours.
Dans 10 semaines, il y a 70 jours.
Dans 20 sem...



Pour aller plus vite, écris la table de multiplication par 7 :

$7 \times 1 = 7 \rightarrow 7 \times 10 = 70$
 $7 \times 2 = 14$
 $7 \times 3 = 21$
 $7 \times 4 = 28 \rightarrow 7 \times 40 = 280$
 $7 \times 5 = 35 \rightarrow 7 \times 50 = 350$
 $7 \times 6 = \dots$
 $7 \times \dots = \dots$
 $7 \times \dots = \dots$

300 jours cela fait déjà 40 semaines et il reste 20 jours (300 - 280 = 20).

Avec cette table, tu peux calculer plus vite la division.

nombre de jours	nombre de semaines
300	
- 280	40
20	
- 14	2
6	42

Tu peux disposer tes calculs autrement.

300	7	
- 280	40	40 x 7 = 280
20		
- 14	2	2 x 7 = 14
reste 6	42	quotient

$300 = (42 \times 7) + 6$
Dans 300 jours, il y a 42 semaines et 6 jours.

Tu as calculé 300 divisé par 7.

- Calcule à ton tour : 476 divisé par 7 865 divisé par 7.

1 Exercices

- Avec ta calculette, écris les dix premiers produits de la table de 13.
 $1 \times 13 = \dots$
 $2 \times 13 = \dots$ $10 \times 13 = \dots$
- Utilise cette table pour calculer le quotient de 882 par 13. Quel est le reste de la division ?

2

La vente du journal de l'école a rapporté 2415 francs. Le directeur partage cette somme entre les 13 classes de l'école.

- Combien reçoit chaque classe ? Combien reste-t-il ?
- Complète : $2415 = (\dots \times 13) + \dots$
Tu peux utiliser la table de l'exercice 1.

3

Voici le cahier de Raphaël.

- Explique pourquoi Raphaël n'a pas donné la bonne réponse.
- Corrige son travail.

Calcule 387 divisé par 16.

387	16
- 320	20 20 x 16 = 320
67	- 48
19	3 3 x 16 = 48

387 = (23 x 16) + 19
quotient : 23 } c'est
reste : 19 } n'est pas
 la bonne réponse.

4

Combien de temps es-tu partie en vacances ?

624 heures !

Quelle drôle de réponse !

- Combien de jours ont duré les vacances de Valérie ?
- Combien de semaines ?

5

Calcule.

87	3	235	5
----	---	-----	---

- Complète.

	quotient	reste
87 divisé par 3		
235 divisé par 5		

Je retiens bien

Faire une division
597 divisé par 4 :

597	4	
- 400	100	(100 x 4 = 400)
197		
- 160	40	(40 x 4 = 160)
37		
- 36	9	(9 x 4 = 36)
1	149	

597 = (149 x 4) + 1
Le quotient est 149.
Le reste est 1.

C. Voici des productions d'élèves extraites de livrets d'évaluation à l'entrée de la 6ème.

1. Citez deux compétences que l'on peut évaluer ici
2. Décrire les différentes étapes de l'algorithme appliqué par l'élève B. Vous préciserez ses réussites et ses erreurs éventuelles.
3. Relever les erreurs commises dans les autres productions et essayer de les expliquer.

Elève A	Elève B	Elève C	Elève D
$\begin{array}{r l} 2782 & 26 \\ 182 & 15 \\ \hline 52 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 2782 & 26 \\ 18 & \\ 182 & 107 \\ \hline 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} \overline{2782} & \overline{26} \\ 07 & \\ 18 & 1391 \\ \hline 02 & \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 2782 & 26 \\ 182 & 17 \\ \hline 00 & \end{array}$

D. Dans le cadre de l'Évaluation Nationale d'entrée en sixième⁴, il a été proposé aux élèves d'effectuer, sans calculatrice, la division euclidienne de 4 584 par 8.

Décrivez pour chaque élève les procédures utilisées pour effectuer la division proposée. Caractérissez les erreurs éventuelles et proposer une aide à ces élèves.

Elève I	Elève J	Elève K
$\begin{array}{l} 1 \times 8 = 8 \text{ 80 900} \\ 2 \times 8 = 16 \text{ 160 1600} \\ 3 \times 8 = 24 \text{ 240 2400} \\ 4 \times 8 = 32 \text{ 320 2800} \\ 5 \times 8 = 40 \text{ 400 4000} \\ 6 \times 8 = 48 \text{ 480} \\ 7 \times 8 = 56 \text{ 560} \end{array}$ $\begin{array}{r l} 4584 & 8 \\ \hline 4000 & 573 \\ 0584 & \\ -5600 & \\ \hline 024 & \\ 24 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4584 & 8 \\ -32 & 573 \\ \hline 3964 & \\ -16 & \\ \hline 3892 & \\ -12 & \\ \hline 3870 & \\ -12 & \\ \hline 3448 & \\ -12 & \\ \hline 3648 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4584 & 8 \\ 40 & 573 \\ \hline 058 & \\ 46 & \\ \hline 124 & \end{array}$

⁴ Rouen 1999

Les documents d'accompagnement des programmes de l'école primaire en Mathématiques

La technique « dépourillée » de la division n'est pas une compétence visée, ni à l'école primaire, ni au collège.

De nombreuses techniques dans l'histoire et selon les pays. La technique usuelle française, sans soustractions posées, est source de nombreuses erreurs, difficiles à repérer puisque tous les calculs effectués n'ont pas donné lieu à une trace écrite. Par ailleurs, il s'agit d'un calcul « à risque », insécurisant, dans la mesure où un chiffre essayé au quotient n'est jamais absolument certain. C'est également le seul calcul où l'estimation intervient en cours de calcul, alors que, pour les autres opérations, elle intervient soit au début, soit à la fin comme instrument de prévision ou de contrôle.

Il faut également souligner le peu d'usage qui est actuellement fait de cette technique... et en tirer la conséquence : plus encore que pour les autres opérations, le travail doit être principalement orienté vers la compréhension de l'articulation des différentes étapes du calcul.

Dans le cas de la division euclidienne de deux nombres entiers

Cette technique est la seule dont la connaissance est demandée à la fin de l'école primaire.

Connaissances préalables à la compréhension de la technique de la division

- maîtrise du sens de la division sous deux aspects:

Quelle est la valeur de chaque part ? : diviser 2 782 par 26, revient à partager 2 782 en 26 parts égales et chercher la valeur d'une part.

Combien de fois ? : diviser 2 782 par 26, revient à chercher combien de fois 26 est contenu dans 2782.

- maîtrise des tables de multiplication, utilisée dans la recherche de *combien de fois 7 dans 59 ?*
- capacité à prévoir le nombre de chiffres du quotient, par encadrement ou par partage d'une partie du dividende.

Plusieurs étapes peuvent être suggérées.

- Un temps préalable suffisant consacré au [calcul réfléchi des quotients et de restes](#).

Mise en œuvre, en acte, des compétences sollicitées dans l'exécution de la technique opératoire.

Exemple : diviser mentalement 1 548 par 7 incite à décomposer 1538 en 1 400 + 148, après avoir repéré que 1 400 est divisible par 7 (200), puis 148 en 140 + 8 pour déterminer les deux autres composantes du quotient (20 et 1) et le reste (1).

Le quotient s'obtient par addition des quotients partiels : $200 + 20 + 1 = 221$.

- Effectuer des divisions par un nombre à un chiffre, avant de travailler sur des divisions plus complexes, tout en limitant le niveau de difficulté.

Trois recommandations peuvent être faites :

- Commencer par une estimation du nombre de chiffres du quotient (premier moyen de contrôle)
- S'autoriser à poser des produits annexes, à la suite d'une première estimation du chiffre cherché dans le quotient (*la production de la totalité de « la table du diviseur » ne doit pas être encouragée*)
- Encourager la pose effective des soustractions (*sans interdire toutefois aux élèves qui le souhaitent de s'en dispenser*).
- Pour la division euclidienne, il n'y a pas de signe conventionnel pour le quotient entier.

Si le quotient est exact on peut écrire $15 : 3 = 5$ ou $37 : 5 = 7,4$. On évitera l'écriture $37 : 5 = 7$ (reste 5)

$\begin{array}{r} 7805 \\ - 54 \\ \hline 240 \\ - 216 \\ \hline 245 \\ - 243 \\ \hline 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \\ \hline 289 \\ \text{c d u} \end{array}$	$\begin{array}{l} 27 \times 10 = 270 \\ 27 \times 100 = 2700 \\ 27 \times 200 = 5400 \\ 27 \times 300 = 8100 \end{array}$
		$\begin{array}{r} 27 \\ \times 9 \\ \hline 243 \\ \\ 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array}$
<i>Vérification : $289 \times 27 + 2 = 7805$</i>		