

D16. Autour des Ecritures Fractionnaires en Cycle 3

Ce fichier aborde l'apprentissage des fractions en cycle 3, qui est un préalable à la construction du nombre décimal. Deux approches complémentaires permettent de construire cette nouvelle notion, le nombre décimal dans le contexte social usuel de la mesure (monnaie, longueur, masses...) et le nombre décimal comme autre écriture d'une fraction décimale. Nous vous proposons ici plusieurs extraits de manuels illustrant l'introduction des fractions décimales, ainsi que des travaux d'élèves associés à cet apprentissage.

☞ Les réponses aux questions sont présentées dans le fichier corrigé **D16C**.

Les questions posées servent à cadrer votre réflexion. Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

I. Analyse de situations d'apprentissage¹

A. Annexe 1. Dans la partie « découverte », les élèves disposent pour l'activité « découverte » de feuilles blanches unies, de papier calque, de compas.

1. Quelles sont les connaissances et compétences nécessaires pour réussir cette activité ?
2. Quelles sont les difficultés qu'un élève de CM1 peut rencontrer ? Quelles activités préparatoires pourrait-on proposer en conséquence ?
3. Quelles sont les variables didactiques de la situation ? Justifier.

Dans les «exercices et problèmes»

4. Quelles sont les fractions privilégiées par l'auteur ? Justifier son choix.
5. Comparer les tâches à réaliser dans les exercices 1 à 4, en se référant aux compétences visées.
6. Quelles sont les intentions pédagogiques de l'auteur dans l'exercice 5 ?

Approche de la notion de fraction:

7. A quelle conception de la notion de fraction fait référence cet extrait du manuel de l'élève ? En citer d'autres.

¹ D'après Lille 2001 et Créteil 2003

54 Fractions : où les entiers ne suffisent plus

Se rendre compte de l'insuffisance des nombres entiers pour résoudre certains problèmes, envisager l'existence de nouveaux nombres se situant entre les entiers.

Découverte

Sébastien, Mélanie, Éléa, Romain, et Margaux ont tracé des segments. Ils les ont mesurés avec l'unité u suivante :

Voici les segments qu'ils ont tracés et les messages qu'ils ont rédigés pour décrire la longueur de leur segment.

Sébastien : « Pour tracer mon segment, j'ai reporté 3 fois le segment unité. »

Mélanie : « Mon segment mesure un demi-segment unité. »

Éléa : « Le segment que j'ai tracé mesure entre 2 et 3 segments unités, presque 2 et 1/2. »

Romain : « Mon segment a une longueur de 3 segments unités + 1/4 de segment unité. Pour obtenir 1/4, j'ai plié le segment unité en quatre parties égales, et j'en ai pris une partie. »

Margaux : « Mon segment mesure 5/4 de segment unité. »

Trouve qui a tracé chaque segment. N'utilise pas ta règle graduée.

AIDE-MÉMOIRE N 1 PAGE 215.

Exercices et problèmes

Construis une bande de papier identique à celle-ci : Ce sera le segment unité utilisé pour effectuer tous les exercices de cette double page. Sa longueur est codée 1.

1 a/ Plie la bande unité en deux parties en prenant bien soin de superposer les extrémités. Tu obtiens deux parties de même longueur. La longueur de chaque partie représente la moitié de l'unité u . Elle est codée $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ de u . $\frac{1}{2}$ s'appelle une fraction et se lit « un demi ». Ouvre la bande, observe et complète : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$ $2 \times \frac{1}{2} =$

CALCUL RÉFLÉCHI
Jeu du portrait sur les figures planes.

b/ Utilise la bande unité pour mesurer les segments suivants.

2 Utilise la bande unité pour tracer les segments ayant pour longueur, en unités u : [MN] $\rightarrow 2 + \frac{1}{2}$; [OP] $\rightarrow \frac{5}{2}$; [QR] $\rightarrow \frac{3}{2}$; [ST] $\rightarrow \frac{1}{2}$; [UV] $\rightarrow \frac{9}{2}$

3 Maintenant, partage la bande unité en 4. La longueur de chaque partie représente un quart de l'unité u . Elle est codée $\frac{1}{4}$.
a/ Combien de fois faut-il reporter une longueur qui mesure $\frac{1}{4}$ pour obtenir 1 ?
b/ Complète les égalités.
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$ $\frac{1}{4} \times 4 =$

4 Donne, en unités u , les mesures de longueur des segments suivants.

5 a/ Trace les segments dont les mesures de longueur sont données dans le tableau suivant, puis trouve d'autres écritures pour exprimer ces mesures.

Segments	Mesures de longueurs en unité u	Autres écritures
[AB]	$1 + \frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$
[CD]	$2 - \frac{1}{4}$	
[EF]	$\frac{5}{2}$	
[GH]	$1 + \frac{3}{4}$	
[IJ]	$2 + \frac{2}{4}$	

b/ Range les segments du plus court au plus long.
c/ Range en dessous et dans le même ordre leur mesure de longueur.

² Le nouvel objectif calcul, CM1, Hatier, 1995.

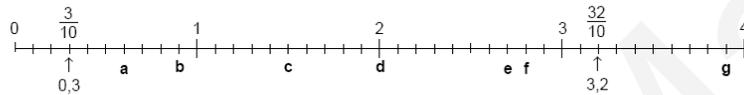
B. Annexe 2³ et 3⁴

- a. Ces activités sont destinées au Cycle III. A quel **niveau de classe** peut-on les proposer ?
- b. Quels sont les **objectifs** des activités de chacune de ces annexes ?
- c. Quelles sont les **connaissances** que doit avoir l'élève pour les aborder ?
- d. Compare les **approches** proposées dans chacun des documents.
- e. Quelle notion peut-on introduire à l'issue de l'annexe 3 ? Argumenter.

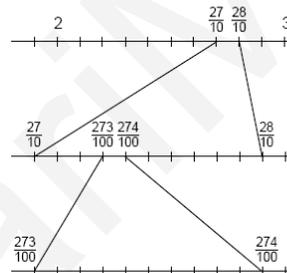
Annexe 3

Extrait de « *Le nouveau Math Elem* » (Editions BELIN)

a. Remplace chaque lettre par la fraction décimale et le nombre à virgule qui lui correspondent.



b. On agrandit la partie de la droite graduée comprise entre $\frac{27}{10}$ et $\frac{28}{10}$.



Écris toutes les fractions décimales qui correspondent aux graduations marquées dans l'agrandissement, ainsi que les nombres à virgules qui leur correspondent.

En agrandissant encore plus, on voit les nombres entre $\frac{273}{100}$ et $\frac{274}{100}$.

Écris quatre nombres parmi ceux qui correspondent à ces graduations, sous forme de fractions décimales et de nombres à virgule.

Annexe 2

Extrait de « *Math outil* » (Editions MAGNARD)

Pour t'aider

1 L'unité étant le carreau, le segment AB mesure cinq carreaux et $\frac{4}{10}$ de carreau.

Exprime cette mesure sous la forme d'un nombre décimal.



Complète le tableau.
5 unités et 4 dixièmes ou
5 unités + 4 dixièmes

unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$
5			

2 Écris la fraction décimale $\frac{256}{100}$ sous la forme d'un nombre décimal.

Pour t'aider

256 centièmes = 200 centièmes + 50 centièmes + 6 centièmes

$$\frac{256}{100} = \frac{200}{100} + \frac{50}{100} + \frac{6}{100}$$

$$= 2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$$

Complète le tableau.
2 unités + 5 dixièmes
+ 6 centièmes

unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$
2	5	6	

3 Écris la fraction décimale $\frac{17\ 213}{1\ 000}$ sous la forme d'un nombre décimal.

Pour t'aider

17 213 millièmes = 17 000 millièmes + 200 millièmes + 10 millièmes + 3 millièmes

$$\frac{17213}{1000} = \frac{17000}{1000} + \frac{200}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{3}{1000}$$

$$= 17 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} + \frac{3}{1000}$$

Complète le tableau.
1 dizaine 7 unités + 2 dixièmes
+ 1 centième + 3 millièmes

dizaines	unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$
1	7	2	1	3

³ Maths outil (Magnard)

⁴ Le nouveau Math Elem (Belin)

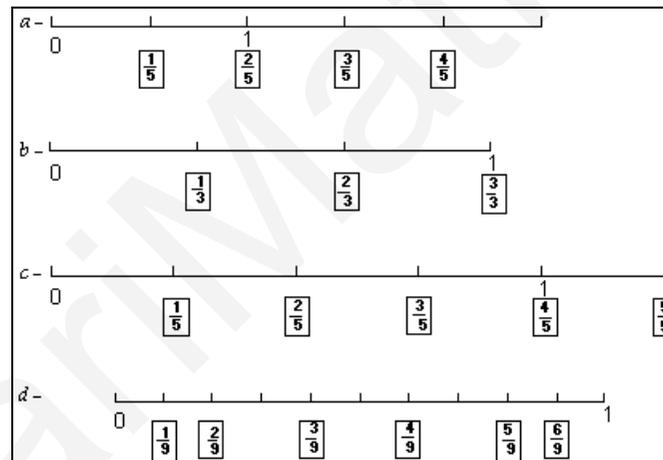
II. Analyse de travaux d'élèves⁵

Dans une classe de fin de cycle III, on a proposé les quatre exercices suivants *a*, *b*, *c*, *d* sur les écritures fractionnaires.

La consigne, donnée verbalement, était d'inscrire les écritures fractionnaires dans les cases prévues à cet effet sous la forme : "Emploie quelques écritures fractionnaires usuelles".

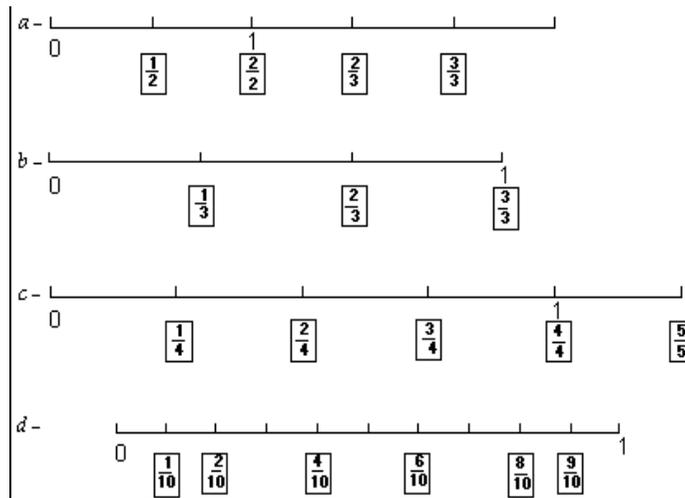
1. Décrire les différentes tâches que l'élève doit effectuer pour déterminer la fraction associée à une case.
2. Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les différentes erreurs et en les caractérisant d'un point de vue mathématique.
3. A partir de ces productions, dégager certaines **conceptions erronées** que ces élèves peuvent avoir des écritures fractionnaires.
4. L'enseignant peut s'interroger sur la pertinence de son support. Quelles modifications pourriez-vous envisager, tout en gardant le même objectif ?

Elève A

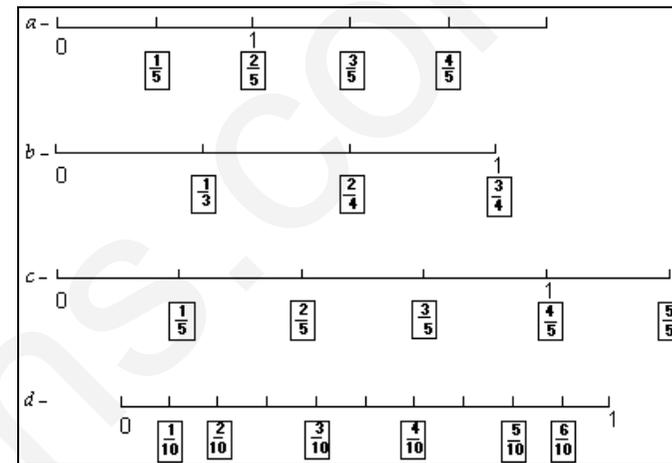


⁵ D'après Grenoble 1997
Parimaths.com

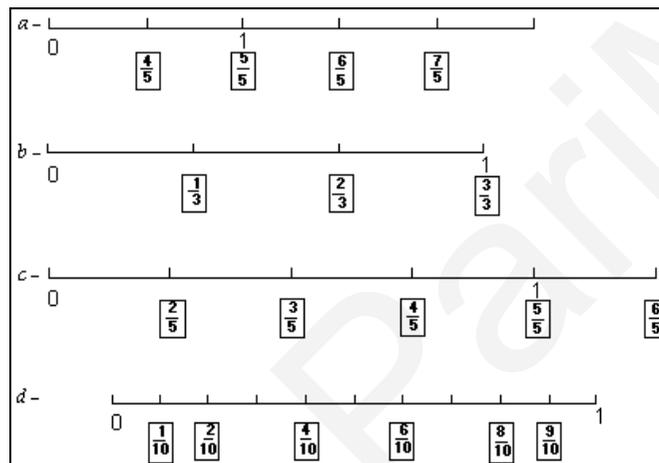
Elève B



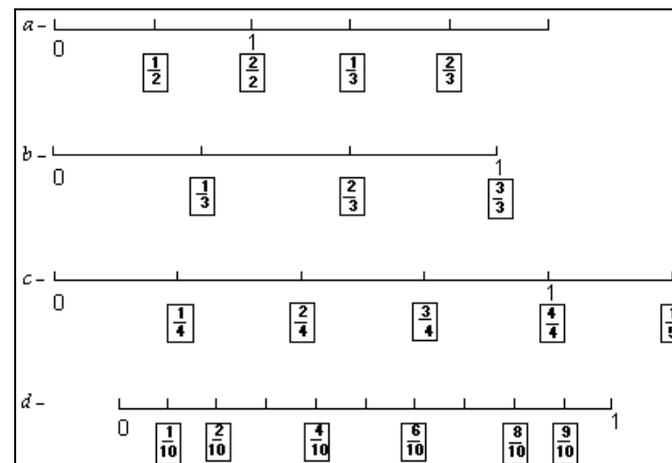
Elève C



Elève D



Elève E



Les programmes du cycle 3 dans le domaine des nombres décimaux et des fractions

Les changements de programmes successifs ont permis de mettre en place un apprentissage mettant l'accent sur le sens de l'écriture du nombre à virgule, usuellement rencontrés par les élèves avant l'apprentissage à l'école. Il est donc nécessaire de prendre en compte leurs représentations pour construire ce nouvel ensemble de nombres. Cependant, sur le plan mathématique, l'accent est mis sur une introduction préalable des fractions simples et des fractions décimales à partir du partage de l'unité. Les fractions ou sommes d'entiers et de fractions sont utiles pour coder des mesures (longueurs, aires) ; une unité étant fixée, on pourra faire construire ou reconnaître un segment ou une surface de mesure fractionnaire.

Un retour à la fraction décimale sera une aide en cas de difficultés, notamment dans le calcul et la comparaison de nombres décimaux. Les premiers calculs viseront à ajouter ou soustraire des décimaux, faire le produit d'un décimal par un entier, multiplier ou diviser un décimal par 10, 100... L'apprentissage organisé du calcul relève du collège.

☞ Les fractions simples et décimales

En CM1 : demi, tiers, quart, huitième, dixième, centième / en CM2 : millième, dix-millième

Écriture : la fraction $\frac{4}{3}$ est associée à 4 fois $\frac{1}{3}$, mais aussi à $\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

Encadrement entre deux nombres entiers consécutifs : $\frac{8}{4} < \frac{9}{4} < \frac{12}{4}$ soit $2 < \frac{9}{4} < 3$

Écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 : $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

Somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur.

☞ Les nombres décimaux

Désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement :

$$\frac{254}{100} = \frac{200}{100} + \frac{50}{100} + \frac{4}{100} = 2 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100} = 2 \text{ unités } 5 \text{ dixièmes } 4 \text{ centièmes} = 2,54$$

Décomposition sous forme décimale : $2,54 = 2 + 5 \times 0,1 + 4 \times 0,01$

Produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01...

Connaître les écritures associées usuelles : $\frac{1}{2}$ et 0,5 $\frac{1}{4}$ et 0,25 $\frac{1}{10}$ et 0,1 ainsi que les relations comme $\frac{1}{4}$ est la moitié de $\frac{1}{2}$, ou encore $\frac{1}{10}$ est 10 fois $\frac{1}{100}$

Comparaison et rangement, utilisation des symboles < et >, repérage sur une droite graduée

Intercaler des décimaux entre deux nombres (décimaux ou entiers consécutifs)

Encadrer un décimal par deux nombres (décimaux ou entiers consécutifs)

Valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

Le nombre décimal va permettre d'exprimer des mesures de longueur comme $2m35cm = 2,35m$ ou encore $6m4cm = 6,04m$, de surface $200cm^2 = 2dm^2 = 0,02m^2$,

ainsi que des mesures de temps usuelles: $2h30min = 2,5h$ ou encore $1h15min = 1,25h$