# D17. Autour des Nombres Decimaux en Cycle 3

Ce fichier vient en prolongement du fichier D16 et aborde l'apprentissage des nombres décimaux en Cycle 3. Deux approches complémentaires permettent de construire cette nouvelle notion, le nombre décimal dans le contexte social usuel de la mesure (monnaie, longueur, masses…) et le nombre décimal comme autre écriture d'une fraction décimale. Ce fichier présente une séquence d'apprentissage sur ce thème.

☞ Les réponses aux questions sont présentées dans le fichier corrigé **D17C**.

*Les questions posées servent à cadrer votre réflexion. Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.*

**Analyse d'une séquence d'apprentissage**[1]

**1. Etude générale de la séquence**

**a**. Quel est l'objectif de cette séquence d'apprentissage, extraite d'un manuel de l'élève[2]

**b**. Préciser en quelques lignes l'articulation recherchée par les auteurs entre les trois chapitres.

**c**. Quels sont les pré-requis nécessaires pour commencer ce travail ?

**2. Etude des phases de la séquence**

**Annexe 1** : Citez les notions mathématiques travaillées dans chacun des exercices.

**Annexe 2** *:* Sur quelle conception du nombre décimal prend appui la présentation des décimaux de l'activité découverte ? Enoncez rapidement les différentes notions introduites dans les exercices 1, 4 et 6.

*(NDLR.* Faute de temps pour la rédactrice, les données sont restées en Francs, mais cela ne change rien sur le fond de la question).

**Annexe 3**

**a.** Quel est l'objectif principal de l'activité d'introduction avec la calculatrice ? En quoi prépare t- elle à l'exercice 1 qui la suit ?

**b.** Analyser la référence aux unités de mesure présentes dans l'exercice 5 de l'Annexe 3 et dans l'exercice 1 de l'Annexe 1. Vous préciserez comment est introduit le millimètre dans chacun de ces exercices, et étudierez la pertinence de ce choix.

**3. Etude du Mémento**

**a.** Quels sont les savoirs visés, que l'élève devrait avoir acquis à la fin de la progression ?

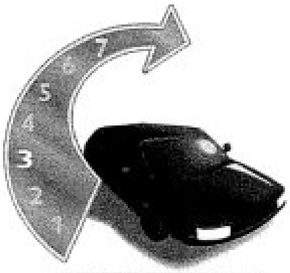
**b**. Le dernier mémento "JE RETIENS BIEN" (Annexe 3) vous parait-il satisfaisant ? Justifiez.

---

[1] D'après Toulouse 1999.

[2] Maths en Flèche (CM1) Collection Diagonale (Nathan). Annexe 1 : pages 94- 95, Annexe 2 : pages 98-99, Annexe 3 : pages 100-101 NB : les pages 96 et 97 du livre, non données, n'ont rien à voir avec la progression étudiée.

**ANNEXE 1**

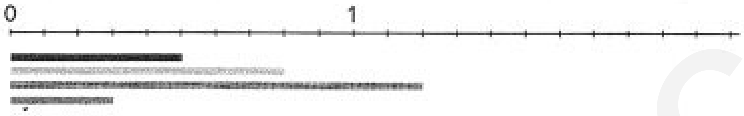



# Les fractions décimales

*Avec les nombres... Compléter $3 \times \square = 2 \times 3 \times 6$*
*$16 : \square = 2 \times 4$ $\square : 2 = 2 \times 5$.*

## 1 Activité

**a** Trouve la fraction représentée par la longueur de chaque bande.




**b** Complète en indiquant la position des points rouges.

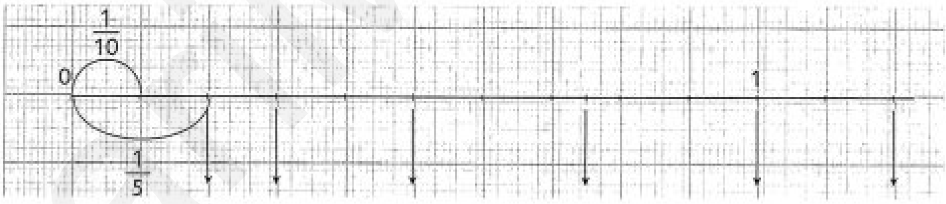

**c** Sur cette même droite, marque en vert les points qui sont repérés par les écritures suivantes :

$2 + \frac{2}{10}$ $\quad \frac{4}{5}$ $\quad 1 + \frac{4}{5}$ $\quad \frac{21}{10}$ $\quad 2 + \frac{5}{10}$

Trouve d'autres écritures pour ces points.

## 1 Exercices

**a** Sur ce papier millimétré, 1 cm représente $\frac{1}{10}$ de l'unité de longueur que nous avons choisie. Quelle est la fraction représentée par un intervalle de 1 mm ?




$\frac{1}{5}$ ___ ___ ___ ___ ___

$\frac{2}{10}$ ___ ___ ___ ___ ___

$\frac{\_\_}{100}$ ___ ___ ___ ___ ___

**b** Trouve plusieurs fractions pour coder les points indiqués par les flèches.

## 2

Complète les égalités.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{5} = \frac{\_\_}{10}$ | $\frac{2}{5} = \frac{\_\_}{10}$ | $\frac{3}{5} = \frac{\_\_}{10}$ |
| $\frac{1}{10} = \frac{\_\_}{100}$ | $\frac{6}{10} = \frac{\_\_}{100}$ | $\frac{11}{10} = \frac{\_\_}{100}$ |
| $\frac{30}{100} = \frac{\_\_}{10}$ | $\frac{50}{100} = \frac{\_\_}{10}$ | $\frac{50}{100} = \frac{\_\_}{2}$ |

## 3

**a** Écris en lettres les fractions suivantes :

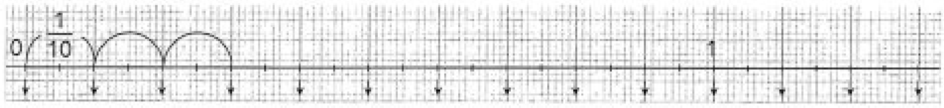
$\frac{1}{10}$ $\quad \frac{3}{100}$ $\quad \frac{45}{1\,000}$ $\quad \frac{25}{10}$ $\quad \frac{345}{100}$

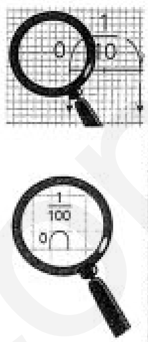
**b** Écris sous forme d'une fraction.

deux *centièmes* — vingt *dixièmes*
dix-sept *millièmes* — onze *centièmes*

## 4

**a** Pour chaque point repéré par une flèche, trouve les fractions qui conviennent.

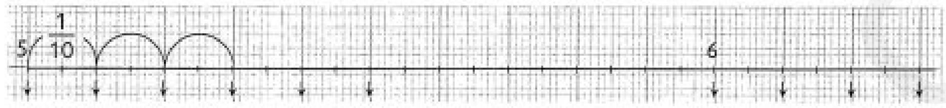



$\frac{0}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{10}{10}$

$\frac{0}{100}$

**b** Complète.



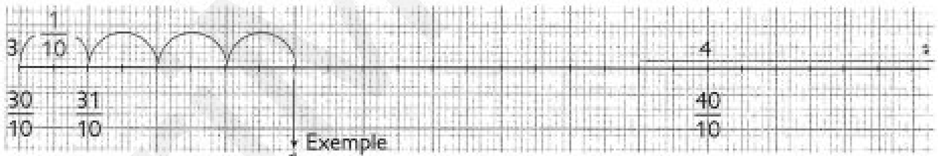

$\frac{50}{10}$ $\frac{60}{10}$

$\frac{\ldots}{100}$

## 5

**a** Sur la droite numérique ci-dessous place la fraction $\frac{42}{10}$; écris-la sous la forme d'une somme comme sur l'exemple de $\frac{34}{10}$. Recommence avec $\frac{38}{10}$ et $\frac{387}{100}$.

**b** Comme sur l'exemple, décompose les fractions : $\frac{65}{10}$, $\frac{87}{10}$, $\frac{123}{10}$, $\frac{615}{100}$ et $\frac{428}{100}$.




$\frac{300}{100}$ $\frac{310}{100}$ $\frac{34}{10}=\frac{30}{10}+\frac{4}{10}=3+\frac{4}{10}$ $\frac{400}{100}$

## 6

Complète comme sur l'exemple.

Exemple :

5 unités 8 dixièmes = $5+\frac{8}{10}$

6 unités 3 dixièmes

13 unités 6 dixièmes

4 unités 15 centièmes

## 7

Transforme en *centièmes :*

$\frac{23}{10}=\frac{\ldots}{100}$

$\frac{237}{10}=\frac{\ldots}{100}$

Transforme en *millième :*

$\frac{47}{100}=\frac{\ldots}{1000}$

$\frac{139}{10}=\frac{\ldots}{1000}$

## 8

Complète comme sur l'exemple.

Exemple : $2+\frac{3}{10}=\frac{20}{10}+\frac{3}{10}=\frac{23}{10}$

$4+\frac{1}{10}=\ldots$ $\quad 11+\frac{3}{10}=\ldots$

$5+\frac{15}{100}=\ldots$ $\quad 8+\frac{1}{10}+\frac{3}{100}=\ldots$

## 9

Observe l'exemple et complète.

Exemple : $\frac{45}{10}=\frac{40}{10}+\frac{5}{10}=4+\frac{5}{10}$

$\frac{89}{10}=\ldots+\ldots$ $\quad \frac{123}{10}=\ldots+\ldots$

$\frac{157}{100}=\ldots$ $\quad \frac{853}{100}=\ldots$

ANNEXE 2

# Les nombres décimaux (1)

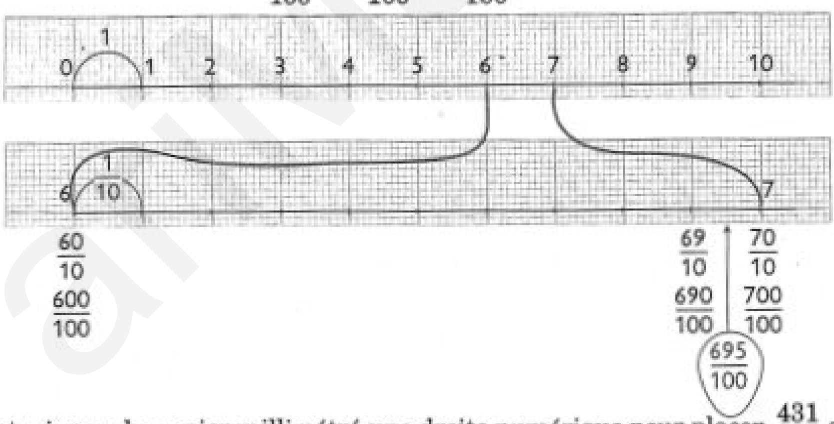
*Avec les nombres...*
*Trouver* $\frac{1}{2}$ *parmi* $\frac{3}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{10}$

## 1 Activité

Dans les publicités ci-dessous, on trouve beaucoup de nombres « à virgule ».
Explique ce que signifient 6,95 F et 124,8 cm.


## 1 Exercices

**a** Pour pouvoir placer le nombre $\frac{695}{100}$, on a agrandi la portion de la droite numérique entre 6 et 7.
Place les fractions suivantes : $\frac{627}{100}$ $\frac{670}{100}$ $\frac{619}{100}$




**b** Construis sur du papier millimétré une droite numérique pour placer $\frac{431}{100}$ et $\frac{489}{100}$.

## 2

À l'aide de l'exemple, décompose chaque fraction.

Exemple : $\frac{847}{100} = \frac{800}{100} + \frac{40}{100} + \frac{7}{100} = 8 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$

$\frac{643}{100} = \_ + \frac{\_}{10} + \frac{\_}{100}$ $\qquad$ $\frac{732}{100} = \_$

$\frac{1\,245}{100} = \_\_\_\_\_\_$ $\qquad$ $\frac{938}{100} = \_$

## 3

À l'aide de l'exemple, recompose les écritures fractionnaires.

Exemple : $20 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} = \frac{2453}{100}$

$80 + 6 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} = \_$ $\qquad$ $10 + 1 + \frac{7}{100} = \_$

$6 + \frac{2}{10} + \frac{2}{100} = \_$ $\qquad$ $200 + 5 + \frac{3}{10} = \_$

## ANNEXE 2 (suite)

**4** Complète.

| centaines | dizaines | unités | dixièmes | centièmes | millièmes | nombre |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 3 | 5 | 2 | 1 | $600 + 40 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000}$ |
| | 7 | 1 | 0 | 8 | | |
| | 8 | 0 | 0 | 0 | 5 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 7 | | |
| | | 4 | 2 | 5 | | |

**5** Transforme les écritures puis lis les résultats.

Exemple : $\boxed{20 + 4} + \boxed{\frac{2}{10} + \frac{3}{100}} = \boxed{24} + \boxed{\frac{23}{100}}$

24 *unités* plus 23 *centièmes*

$\boxed{30 + 5} + \boxed{\frac{2}{10} + \frac{4}{100}} =$ ___ $\quad 8 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100} =$ ___

$60 + 5 + \frac{4}{100} =$ ___ $\quad 3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} =$ ___

**6** Le premier nombre du tableau de l'exercice 4 s'écrit :

643 , 521

Écris tous les autres nombres des exercices 4 et 5 avec une virgule.

**7** En sachant que 24 , 53 s'écrit :

vingt-quatre *unités* cinquante-trois *centièmes*

$24 + \frac{53}{100}$

écris de la même façon :

1,45 5,67 6,123

1,07 56,7 61,23

**8** En sachant que vingt-deux *unités* et sept *centièmes*

$22 + \frac{7}{100}$

s'écrit 22,07

écris de la même façon :

trente-six *unités* soixante *centièmes*
six *unités* cinquante-deux *centièmes*
mille quatre *unités* six *dixièmes*
zéro *unité* onze *centièmes*

**9** Reproduis le tableau puis place les décimaux comme sur l'exemple.

31,59 5,401 11,87 0,131
12,06 31,4 0,05 4,39

| centaines | dizaines | unités | dixièmes | centièmes | millièmes |
|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 1 | 5 | 9 | |

**10** En t'aidant éventuellement d'un tableau, écris les nombres suivants sous la forme d'un nombre décimal.

14 unités 16 millièmes

$10 + 4 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$

$23 + \frac{41}{100}$

$(6 \times 100) + 4 + \frac{3}{10}$

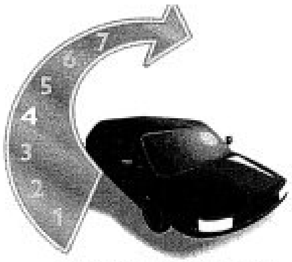
$\frac{1}{10} + \frac{3}{100}$

$6 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{5}$

ANNEXE 3



# Les nombres décimaux (2)

Avec les nombres...
Écrire en dixièmes $2 + \frac{7}{10}$ $3 + \frac{1}{10}$ $9 + \frac{9}{10}$

## 1 Activité

À l'aide de ta calculette, tu vas :
- écrire à l'écran le nombre 125,243
- transformer ce nombre pour obtenir 125,043.

le [.] remplace la virgule

Pour cela tu as le droit d'utiliser la touche [=], les touches des chiffres, la touche [.] (virgule) et la touche [–].

Écris le nom des touches utilisées :

125.243 → [–] [ ] [ ] [ ] [ ] ...... → 125.043

Recommence avec :

125.243 → [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] ...... → 105.243

puis pour 125,243 ⟶ 120,043     125,243 ⟶ 0
125,243 ⟶ 125     125,243 ⟶ 0,243

## Exercices

**1** En t'aidant de l'exemple, simplifie les écritures suivantes, lorsque cela est possible.

Exemple : 04,030 = 4,03

| | |
|---|---|
| 420,410 | 042,042 |
| 005,24 | 63,400 |
| 400,301 | 0,001 |

**2** En t'aidant des exemples, complète les égalités.

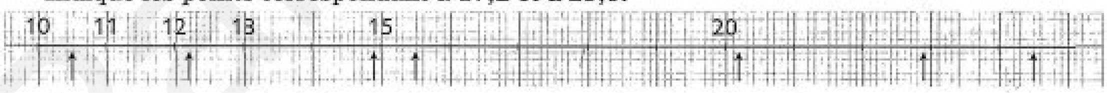
Exemples : $\frac{725}{100} = 7,25$     $4,35 = \frac{435}{100}$

$\frac{107}{10} =$ ____     $0,53 =$ ____

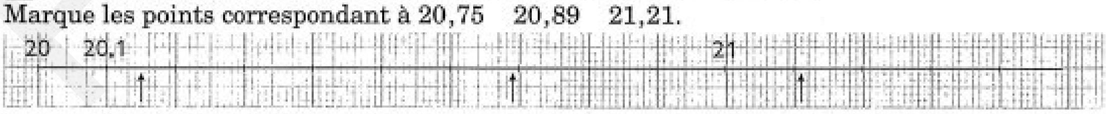
$\frac{482}{100} =$ ____     $10,43 =$ ____

**3**

**a** Écris les nombres décimaux correspondant à chaque flèche rouge.
Indique les points correspondant à 17,2 et à 23,9.




**b** Écris les nombres décimaux correspondant à chaque flèche rouge.
Marque les points correspondant à 20,75   20,89   21,21.




**4** Recopie tous ces nombres,

**a** en entourant le *chiffre des dixièmes* :

| | |
|---|---|
| 84,25 | 163,7 |
| 6,32 | 13,01 |
| 245,08 | 23 |

**b** en entourant le *chiffre des centièmes* :

| | |
|---|---|
| 1,245 | 101,101 |
| 400,25 | 6,001 |
| 12,45 | 48,5 |

**c** en indiquant le *nombre de centièmes* :

| | |
|---|---|
| 8,456 | 6,75 |
| 11,07 | 48,53 |
| 0,457 | 0,004 |

## ANNEXE 3 (suite)

**5**

En choisissant le *mètre* pour unité, écris les mesures de longueur suivantes :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 hm 7 dam 6 m | 41 dam 6 dm | 1 hm 102 cm | 1 m 45 mm |
| 4 750 cm | 1 234 mm | 776 cm | 142 dm |
| 42 mm | 143 m | 502 cm | $\frac{435}{100}$ m |

| ... | km | hm | dam | m | dm | cm | mm | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 0 | 4 | 5 | | | |

Exemple : 1 hm 45 dm = 104,5 m

**6**

Recopie les nombres des étiquettes en regroupant ceux qui sont des écritures différentes d'un même nombre.

$\boxed{4{,}850}$ $\boxed{48{,}5}$ $\boxed{(4 \times 10) + 8 + 0{,}5}$

$\boxed{\frac{485}{10}}$ $\boxed{0485{,}0}$ $\boxed{4 + 0{,}8 + 0{,}05}$

$\boxed{48 + \frac{5}{10}}$ $\boxed{\frac{4\,850}{10}}$ $\boxed{\frac{485}{100}}$

$\boxed{4 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100}}$ $\boxed{40 + \frac{85}{10}}$

$\boxed{48{,}500}$

$\boxed{485}$ $\boxed{\frac{48\,500}{100}}$ $\boxed{4{,}85}$ $\boxed{4 + \frac{85}{100}}$

**7**

Écris les nombres suivants sous forme décimale :

| | |
|---|---|
| 15 *millièmes* | 4 *unités* et 7 *centièmes* |
| 50 *centièmes* | 4 *unités* et 16 *millièmes* |
| 34 *dixièmes* | 6 *centièmes* et 1 *millième* |

**8**

Le nombre cherché est-il dans les étiquettes ?

- il contient 123 *dixièmes*,
- le chiffre des *millièmes* est 5.

$\boxed{312{,}37}$ $\boxed{112{,}35}$ $\boxed{12{,}235}$ $\boxed{12{,}305}$ $\boxed{12{,}2305}$

**9**

Comme sur l'exemple, donne deux autres écritures pour les décimaux suivants :

Exemple :
$48{,}5 = 40 + 8 + \frac{5}{10} = 48 + \frac{5}{10}$

62,37
43,502
0,102

### Je retiens bien

**L'écriture d'un nombre entier et d'un nombre décimal**

un **nombre entier**

12
12,0

un **nombre décimal**

$\boxed{12}$, $\boxed{82}$

la *partie entière* — la *virgule* — la *partie décimale*

| dizaines | unités | dixièmes | centièmes |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 , | 8 | 2 |

$$12{,}82 = 10 + 2 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100} = 12 + \frac{82}{100}$$

douze *unités* et quatre-vingt-deux *centièmes*

**Voici quelques autres représentations des décimaux.**

Chacune a des avantages, des limites, voire des inconvénients. A chaque enseignant de les analyser pour éventuellement en tirer profit…

☞ **A partir des mesures**

Une longueur mesure 1m et 15cm. On écrit cette mesure 1m15cm puis 1,15m

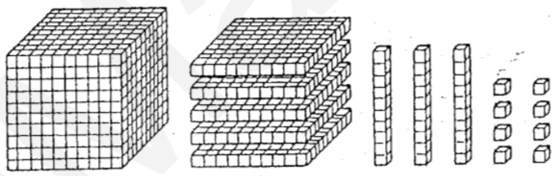
Un prix, domaine connu des élèves, s'élève à 1,15€ soit 1€ 15 centimes

Le décimal est ici un codage de la mesure dans le cas où les entiers ne suffisent plus, permettant de passer d'une mesure avec deux unités à une expression avec une seule unité. Le décimal est alors spontanément associé à l'accolage des deux entiers, d'où les erreurs du type $2,3+4,8=6,11$ ou encore $0,3\times 0,3=0,9$

L'enseignant/e remarquera que la règle fonctionne avec $2,3+4,6=6,9$, ou avec $0,6\times 0,3=0,18$. Le choix des variables sera donc primordial pour s'assurer de la compréhension des élèves. Même type d'erreur dans la comparaison où 2,17 n'est pas supérieur à 2, 2 parce que $17>2$ !

On peut aussi noter que dans ce contexte de mesure, il est difficile de donner du sens à une partie décimale qui ne se limiterait pas aux unités de mesure usuelles. De même l'intercalation nécessite l'introduction de nouvelles unités de mesure pas forcément disponibles. Ainsi comment se représenter le nombre compris entre 1,15 et 1,16, à partir des prix d'un objet ! La généralisation à des chiffres significatifs plus nombreux (par exemple 25,346713) va devoir passer par d'autres représentations.

☞ **A partir de la numération décimale**



Pour représenter un entier, on peut utiliser du matériel de numération de ce type : des carreaux par unité, des barres de dizaine, des plaques de centaine, des cubes de millier. Ainsi sont représentés ici : 1 millier, 5 centaines, 3 dizaines, 8 unités, soit le nombre 1538 carreaux.

| | Cube | Plaque | Barre | Carreau |
|---|---|---|---|---|
| | Millier | Centaine | Dizaine | Unité |
| 1538 unités | 1 | 5 | 3 | 8 |

En choisissant une autre unité, le nombre prend une autre valeur. Ainsi 1538 unités peuvent aussi s'exprimer en 1,538 millier de carreaux. Dans le tableau l'unité est déplacée, la virgule positionnée.

| | Unité | Dixième | Centième | Millième |
|---|---|---|---|---|
| 1,538 millier | 1 , | 5 | 3 | 8 |

Dans ce contexte de dénombrement, l'intercalation entre deux valeurs facilement représentables comme 1, 537 et 1, 538 est difficile à concevoir puisqu'il faudrait introduire un nouvel objet représentant le nouveau rang concerné ici le dix-millième (par exemple 1, 5386).

☞ **A partir de la droite numérique**

La représentation et le repérage sur la droite graduée est accessible tant que l'unité est sécable en dix parties visibles. Au-delà les zooms successifs sont nécessaires. Pour ranger les nombres entiers, on utilise dès la maternelle une « corde à linge » sur laquelle sont accrochées des étiquettes nombres déplaçables pour pouvoir positionner un nouveau nombre entre deux. Ainsi le nombre $\boxed{17}$ va se placer après $\boxed{16}$, et même entre $\boxed{16}$ et $\boxed{20}$ si ce dernier est déjà placé. Cette présentation, qui à ce stade ne tient pas compte de la graduation, a l'avantage de la mobilité des étiquettes nombres. On pourrait imaginer de la reprendre pour visualiser un zoom sur la droite graduée en accrochant par exemple l'étiquette $\boxed{1{,}24}$ et l'étiquette $\boxed{1{,}25}$. Aux élèves d'inventer la suite… Le codage est ici très formel, et il sera difficile de transférer cette représentation sur droite graduée à l'aspect calcul. Cependant l'aspect nombre est mis en avant en dehors de toute contexte, ce qui sur le plan mathématique peut être intéressant.