

D18. Autour de l'ordre des Décimaux en Cycle 3

Ce fichier aborde une notion très nouvelle pour les élèves du Cycle 3, à savoir la **notion de densité** de l'ensemble des nombres décimaux. Jusqu'à présent les élèves n'avaient fréquenté que l'ensemble des nombres entiers naturels, dans lequel chaque nombre a un successeur. L'analyse des travaux d'élèves présentés vous montre les difficultés fréquemment rencontrées sur ce sujet. En deuxième partie une séquence d'apprentissage vous est proposée.

☞ Les réponses aux questions sont présentées dans le fichier corrigé **D18C**.

Les questions posées servent à cadrer votre réflexion. Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

I. Analyse de travaux d'élèves

A. Pourquoi ces erreurs...?

a. A la question : « Donne le nombre entier qui suit immédiatement 23,5 puis donne le nombre décimal qui suit immédiatement 32,13 », Antonin répond : « 23,6 et 32,131 ». Léo lui répond : « 23 et 32,12 ».

Qu'en pensez-vous ?

b. A la question : « Entre 12,7 et 12,9, y a-t-il un nombre décimal-aucun nombre décimal- plusieurs nombres décimaux ? Et entre 14,6 et 14,7 ? », Antonin répond : « 'oui', un seul entre 12,7 et 12,9 puis 'non', aucun entre 14,6 et 14,7 ». Léo, lui, répond « 'oui', un seul entre 12,7 et 12,9 et oui un seul entre 14,6 et 14,7 ». Qu'en pensez-vous ?

c. A la question : « Calcule $13,56 \times 10$ et $1,356 \times 100$. Quel est le plus grand ? » Antonin trouve « 130,56 et 100,356 et répond que le plus grand est le premier ». Léo, lui, trouve « 13,560 et 135,600 et répond que c'est le second ». Qu'en pensez-vous ?

d. A la question : « Compare $96 + \frac{2}{100}$ et 96,2 », Antonin répond que « le premier est plus grand car il est égal à 98,100 ». Léo, lui dit qu'ils sont égaux. Qu'en pensez-vous ?

e. A la question : « Trouve une fraction égale à 80,4 » Antonin répond : « $\frac{80}{4}$ » et Léo, lui répond : « $\frac{804}{10}$ ». Qu'en pensez-vous ?

B. Un maître propose l'exercice suivant à sa classe de CM2

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand : 2 2,02 22,2 22,02 20,02 0,22
..... < < < < <

Voici les réponses de cinq élèves. Quelles sont les productions exactes ? Pour les autres, repérer avec précision les erreurs et analyser leur origine possible.

Elève A :	$22,20 < 22,02 < 20,02 < 2,02 < 2 < 0,22$
Elève B :	$0,22 < 2,02 < 20,02 < 22,02 < 22,2 < 2$
Elève C :	$0,22 < 2 < 2,02 < 20,02 < 22,02 < 22,2$
Elève D :	$0,22 < 2 < 2,02 < 20,02 < 22,2 < 22,02$
Elève E :	$2 < 0,22 < 2,02 < 22,2 < 20,02 < 22,02$

II. Analyse de situations d'apprentissage¹

Les documents² 1 et 2 présentent deux situations de départ concernant l'ordre sur les nombres décimaux.

Les documents³ 3 et 4 présentent des méthodes pour comparer les nombres décimaux.

Documents 1 et 2

1. A quel niveau de classe peut-on présenter les activités de ces documents ?
2. Expliquez où et comment les seules règles de comparaison sur les nombres entiers peuvent suffire.
3. Quelles sont les variables susceptibles d'avoir un effet sur les réussites et procédures des élèves ?
4. Lequel de ces documents vous paraît le mieux adapté pour une situation de départ concernant la comparaison des nombres décimaux ? Justifiez votre réponse.

Documents 3 et 4

5. Faire une analyse critique de ces documents.
6. Quelle règle de comparaison proposeriez-vous à vos élèves ?
7. On considère l'exercice suivant :

Trouver un nombre compris entre 8,4 et 8,7 10,1 et 10,2 25 et 25,1 7 et 7,01

Quelle propriété de l'ensemble des nombres décimaux ce type d'exercice permet-il de travailler ? Expliquer quelle incidence a le choix des valeurs numériques dans ce type d'exercice.

¹ D'après Créteil 1999

² Doc 1 : extrait de "Le nouvel objectif calcul", HATIER, Doc 2 : extrait de "Vivre les mathématiques", ARMAND COLIN

³ Doc 3 : extrait de "Diagonale", NATHAN ; Doc 4 : extrait de "Apprentissages mathématiques", NATHAN

DOCUMENT 1

► Découverte

AN OUI !
LES DÉCIMAUX
ON CONNAÎT !



Un peu d'ordre !

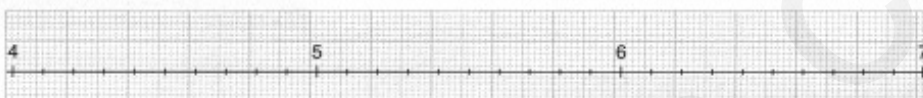
1. Voici douze nombres décimaux qui se situent tous entre 4 et 7.

4,1 6,101 6,21 6,1 $5 + \frac{3}{10}$ 5,7 6,8 $5 + \frac{959}{1000}$ 4,40 4,04 $5 + \frac{3}{100}$ $6 + \frac{1}{1000}$

Range ces nombres dans l'ordre croissant.

Pour cela :

- tu peux reproduire, découper et déplacer ces étiquettes ;
- tu peux placer, approximativement, chaque nombre sur la droite numérique.



2. Explique par écrit à tes camarades comment tu rangerais ces nombres en ordre croissant.

6,101 6,1 6,11 6,9 6,010

(Tu peux écrire des phrases ou faire un schéma.)



DOCUMENT 2

Concours de saut en longueur

- a. Relève la meilleure performance de chaque enfant.
- b. Donne le résultat du concours en rangeant les enfants du 1^{er} au 4^{ème}.

	GUILLAUME	JOHAN	ALBAN	BERTRAND
1 ^{er} essai	2,80m	2,75m	2,35m	3,14m
2 ^{ème} essai	3,21m	3,08m	1,95m	3,25m
3 ^{ème} essai	2,05m	3,22m	2,50m	3,42m
4 ^{ème} essai	3,19m	3m	2,58m	2,79m

DOCUMENT 3

Je retiens bien

1^{ère} méthode : on compare les parties entières
ici 7 = 7

lorsqu'elles sont égales, on compare les parties
décimales chiffre après chiffre :

7,25
7,3

3 est le plus grand : $7,3 > 7,25$

Pour comparer deux nombres décimaux

7,25 et 7,3

2^e méthode : on met les deux nombres au même
format,

7	2	5
7	3	0

et on compare les chiffres de ces nombres à partir de
la gauche : $7,30 > 7,25$

DOCUMENT 4

J'OBSERVE	POUR COMPARER LES NOMBRES DECIMAUX...	
	13,25 et 16,38	Je compare les <i>parties entières</i> si elles sont différentes: $13 < 16$ donc $13,25 < 16,38$
	15,62 et 15,36	Ou je compare les chiffres des <i>dixièmes</i> : $6 > 3$ donc $15,62 > 15,36$
	22,471 et 22,483	Ou je compare les chiffres des <i>centièmes</i> : $7 < 8$ donc $22,471 < 22,483$ Etc..
JE RETIENS	Pour comparer des nombres décimaux, on compare les parties entières. Si celles-ci sont identiques, on compare les chiffres des dixièmes. Si ceux-ci sont aussi les mêmes, on compare les chiffres des centièmes, puis éventuellement ceux des millièmes.	

Rappels des programmes⁴ du cycle 3, ordre et calcul sur les décimaux.

Dans ces deux domaines, un retour à la fraction décimale sera une aide en cas de difficultés. Les premiers calculs viseront à ajouter ou soustraire des décimaux, faire le produit d'un décimal par un entier, multiplier ou diviser un décimal par 10, 100... L'apprentissage organisé du calcul relève du collège.

Dans le domaine de l'ordre

☞ Les fractions simples et décimales

Encadrement entre deux nombres entiers consécutifs : $\frac{8}{4} < \frac{9}{4} < \frac{12}{4}$ soit $2 < \frac{9}{4} < 3$

Ecriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 : $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

Somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur.

☞ Les nombres décimaux

Comparaison et rangement, utilisation des symboles $<$ et $>$, repérage sur une droite graduée

Intercaler des décimaux entre deux nombres (décimaux ou entiers consécutifs)

Encadrer un décimal par deux nombres (décimaux ou entiers consécutifs)

Valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

Dans le domaine du calcul

Voici en complément, quelques recommandations présentes dans les documents d'accompagnement des programmes antérieurs⁵.

⁴ Programmes 2008
Parimaths.com

L'addition de deux nombres décimaux sera proposée dès la première compréhension de l'écriture à virgule des nombres décimaux. Elle est l'occasion de renforcer la maîtrise de la valeur attribuée à chaque chiffre en fonction de sa position, les égalités du type 10 centièmes, c'est 1 dixième ...

La technique est identique à celle utilisée pour les entiers, à condition de placer correctement les nombres à ajouter les uns par rapport aux autres dans le calcul « en étages ». Ainsi il faut donner du sens à chaque chiffre pour réussir l'addition $2,37 + 4,5$. Le tableau de numération peut constituer un référent utile (sans systématisation).

De même la soustraction peut être proposée dès la première compréhension de l'écriture à virgule des nombres décimaux. La technique posée présente une difficulté supplémentaire dès lors qu'un chiffre est absent à un rang. Ainsi le calcul $6,3 - 4,57$ va nécessiter de concevoir comment enlever 7 à ? , et donc de réfléchir comment traduire cette absence. Là encore le tableau de numération peut constituer un référent utile permettant de visualiser l'écriture du 0 au rang des centièmes ($6,30 - 4,57$). On retrouve alors la technique connue sur les nombres entiers ($630 - 457$), avec ses difficultés !

En fin de cycle, la multiplication d'un nombre décimal par un entier nécessite une bonne compréhension de ces nombres, et de la valeur de chaque chiffre en fonction de leur position dans l'écriture à virgule. L'apprentissage commencera donc par la multiplication et la division d'un nombre décimal par 10, 100, 1000. Elle permet ensuite de faire le lien par exemple, entre $12,5 \times 8$ et 125×8 , puis ensuite avec $12,5 \times 0,8$.