

D19. Autour de la Mesure et des Grandeurs

Ce fichier aborde le vaste domaine des mesures et grandeurs abordés dès le cycle 2 avec la mesure de longueurs. Nous vous présentons ici une activité de comparaison d'aires et de comparaisons de périmètre au cycle 3, deux notions souvent confondues au long de l'apprentissage qui se poursuit au collège.

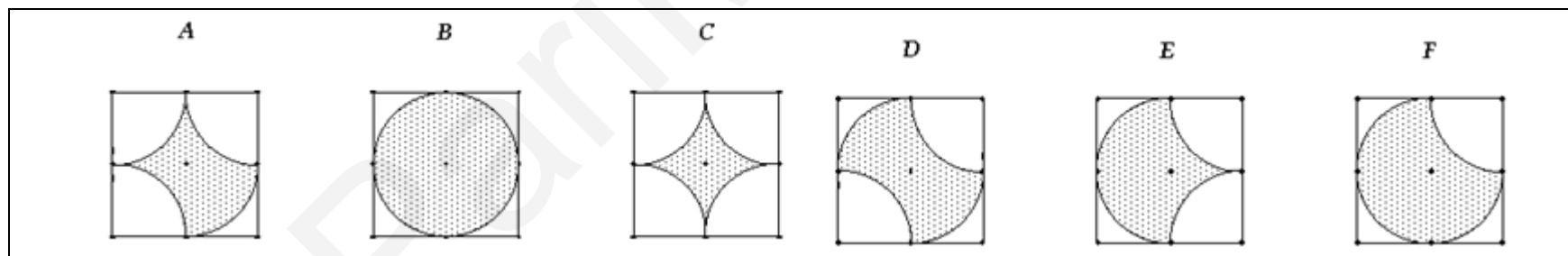
Dans la seconde partie, des productions d'élèves sur la mesure de masses vous sont proposées.

☞ Les réponses aux questions sont présentées dans le fichier corrigé **D19C**.

Les questions posées servent à cadrer votre réflexion. Les réponses apportées ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

Aire et Périmètre¹

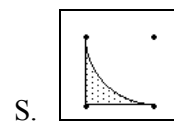
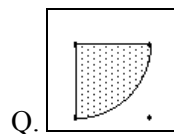
A. Un enseignant de CM2 décide de conduire des activités de mathématiques autour du matériel ci-dessous : il s'agit de surfaces planes limitées par des arcs de cercle et inscrites dans des carrés de même dimension. Il est sous-entendu que les centres et les rayons des arcs de cercle pourront être déterminés sur le matériel par les élèves. Le matériel usuel de géométrie est mis à leur libre disposition.



Question 1 : Dans un premier temps, l'enseignant veut faire ranger ces différentes surfaces selon leur aire.

¹ D'après Toulouse 99 / Dijon Reims 2005
Parimaths.com

1. Sans utiliser d'unités d'aires, un élève peut réaliser ce rangement que vous préciserez. Décrire dans le détail une façon possible pour cet élève de procéder.
2. L'enseignant fait le choix de faire utiliser des unités de mesure. Pour cela il propose deux unités de mesure² Q et S et demande d'exprimer les mesures des aires des différentes surfaces en utilisant ces unités.



- a. Décrire la figure B. Comment décririez-vous ces deux surfaces, d'aires respectives Q et S ?
- b. Quelles sont les réponses correctes attendues pour les aires des différentes surfaces A, B, ...F ?
- c. L'enseignant demande alors aux élèves d'effectuer le rangement en leur précisant que $Q > S$. Effectuez ce rangement en le justifiant.

Question 2 : Dans un deuxième temps, l'enseignant va demander de comparer les **périmètres** des différentes surfaces.

1. Quelle est la réponse spontanée et erronée qui sera vraisemblablement fournie par un bon nombre d'élèves ? Pourquoi ?
2. L'enseignant propose alors aux élèves de comparer aire et périmètre des figures B et C. Justifier son choix.
3. Proposez une procédure simple, pouvant être utilisée par les élèves pour effectuer cette comparaison. Quelle est la réponse correcte attendue ?

Question 3

L'enseignant demande alors aux élèves s'il est possible de dessiner une figure ayant la même aire que la figure B, avec un périmètre différent.

- a. Quel est son objectif ?
- b. Donnez une réponse possible en expliquant votre démarche. Vous prendrez 2cm comme rayon du quart de cercle.

Question 4 : Quel était l'objectif spécifique de l'enseignant qui a proposé cette séquence de trois activités ?

B. Analyse de travaux d'élèves

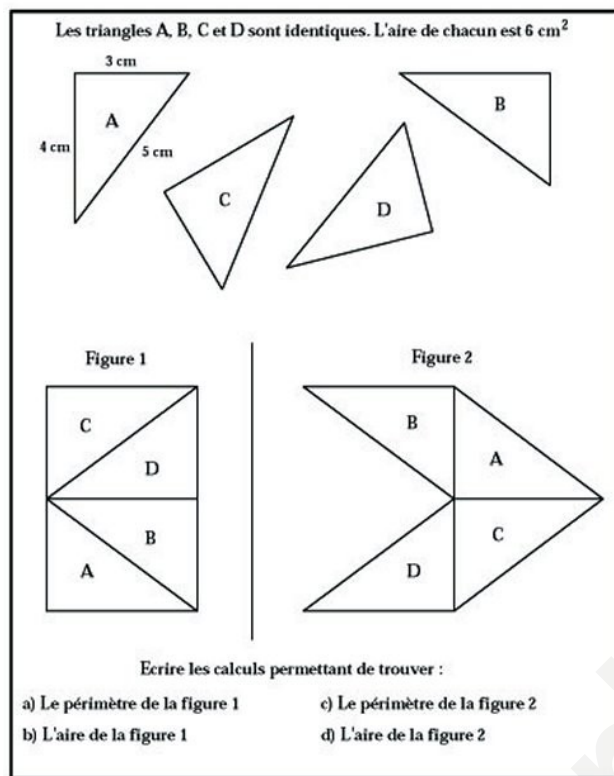
Ce document a été distribué à des élèves. Dans les annexes officielles, les mesures effectuées sur la photocopie donnée aux élèves correspondent aux résultats utilisés par les élèves.

1. Quelle est la règle implicite utilisée par l'élève A ?
2. Explicitez les connaissances sur lesquelles s'appuie l'élève B pour répondre aux questions *a et c*, puis celles qu'il utilise pour répondre aux questions *b et d*.
3. Interpréter la non-réponse en *d* de l'élève C.

² NDLR : l'échelle peut paraître différente mais ces unités ont bien été définies avec les mêmes mesures que celles des figures précédemment présentées (rayon, côté du carré).
Parimaths.com

4. Donner deux interprétations possibles pour chacune des réponses *b* et *d* de l'élève D.
5. Au vu des productions de l'élève E, quelles connaissances a-t-il des notions de périmètre et d'aire ?

ANNEXE 2



Elève A	$(3+5+4) \times 4 = 42 \text{ cm}$	
Elève B	a) $(3,2+4,8) \times 2 = 16$ b) $3,2 \times 4,8 = 15,36$	c) $3,2+4+4+3,2+4+4 = 23,4$ d) A et C on se met dans le trou entre B et D on obtiendra la même figure que la précédente, alors c'est la même aire = $15,36$
Elève C	b) $6 \times 4 = 24$	d) je ne sais pas calculer
Elève D	b) $6 \times 4 = 24$	d) $6 \times 4 = 24$
Elève E	a) $(3,2 \times 2) + (4,8 \times 2) = 6,4 + 9,6 = 16$	b) $9,6 \times 6,4 = 61,44$

C. Analyse de travaux d'élèves sur la mesure de masses³

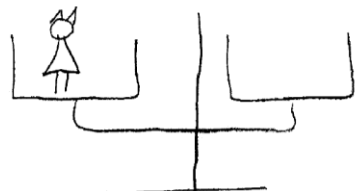
On a proposé à des élèves de fin de cycle 3 le texte de problème suivant :

On met un chat pesant 4,6 kg sur les plateaux d'une balance. Combien faut-il mettre de souris pesant chacune 200g sur l'autre plateau pour équilibrer la balance ? .

³ Aix 2003
Parimaths.com

Pour chaque production, étudier la procédure utilisée, en relever les qualités et analyser les erreurs éventuelles. Présenter votre étude et analyse dans un tableau.

ANNEXE 3.

Elève 1	$4,6 : 200 = 23$ Comme on ne s'a pas coupé pour le mettre sur la balance on arrondie à 23 souris	$\begin{array}{r} 4,6 \overline{) 200} \\ \underline{06} \\ 0 \end{array}$
Elève 2	$\begin{array}{r} 200 \\ +200 \\ +200 \\ \hline 600 \end{array}$ $\begin{array}{r} 200 \\ \times 6 \\ \hline 1200 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1200 \\ \times 3 \\ \hline 3600 \end{array}$ Il faut 9 souris	$\begin{array}{r} 1200 \\ \times 3 \\ \hline 3600 \end{array}$
Elève 3		$\begin{array}{r} 800 \\ +200 \\ +200 \\ +200 \\ +200 \\ \hline 1000 \end{array}$ 1kg 5 souris
Elève 4	Il faut vingt souris et il reste 6g	

Elève 5	 $\begin{array}{r} 4,6 \overline{) 200} \\ \underline{200} \\ 400 \end{array}$ 	$\begin{array}{r} 4,6 \overline{) 92} \\ \underline{32} \end{array}$
Elève 6	Je convertie 4,6 kg en g. $\begin{array}{r} 4600 \overline{) 200} \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$ Je divise 4600 par 200 pour savoir combien de fois il faut multiplier 200 pour arriver a 4600. Il faut mettre 23 souris.	$\begin{array}{r} 4600 \overline{) 200} \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$
Elève 7	$\begin{array}{r} 300 \\ +200 \\ \hline 400 \end{array}$ $\begin{array}{r} 200 \\ +200 \\ +200 \\ \hline 600 \end{array}$ il va les 5 souris, il faut 5 souris de 200g.	
Elève 8	$\begin{array}{r} 200 \\ \times 16 \\ \hline 1200 \\ + 2000 \\ \hline 3200 \end{array}$ $\begin{array}{r} 200 \\ \times 17 \\ \hline 1400 \\ + 2000 \\ \hline 3400 \end{array}$ $\begin{array}{r} 200 \\ \times 23 \\ \hline 600 \\ + 4000 \\ \hline 4600 \text{ kg} \end{array}$ Il faut 23 souris pour faire le poids du chat	

Le domaine des **Grandeurs et des Mesures** à l'école est un vaste domaine d'expérimentation. Les **activités de découverte et de recherche** doivent permettre aux élèves de donner du sens à ces notions nouvelles du domaine des Sciences, et ce au-delà de l'aspect calculatoire qui sera abordé en exercices. C'est ainsi l'occasion de proposer dès le cycle 2 diverses activités : jeu de pétanque, jeu de marchande, équilibre des balances, classement des silhouettes selon leur taille, lancer de poids....

Cet apprentissage trouvera aussi sa place dans des **projets interdisciplinaires** variés, toujours propices à mobiliser les élèves et à susciter leur intérêt. Nous n'en citerons que quelques uns, observés dans des classes : autour des recettes (masse, contenance, proportionnalité), autour des drapeaux (aires, périmètres, formes), autour du temps (sablier, calendrier, horloge), autour des mobiles (longueur, masse), autour des maquettes (longueur, aire)....

Les programmes⁴ dans le domaine des Grandeurs et des Mesures

Progressivement durant les cycles 2 et 3, les élèves apprennent à utiliser et à connaître les relations qui lient les **unités usuelles de longueur, de masse, de contenance**, ainsi que les **unités de temps et celles de la monnaie**. Ils commencent à résoudre des problèmes portant sur des longueurs, des masses, des durées ou des prix. Au fil de l'apprentissage, les problèmes pourront mobiliser l'usage des conversions.

Ces résolutions de **problèmes concrets** contribuent à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et, à leur donner sens. À cette occasion des estimations de mesure peuvent être fournies puis validées.

Différentes grandeurs sont ainsi travaillées :

- **La monnaie** : connaître et utiliser les unités usuelles de la monnaie (*euro, centime d'euro*)
- **La longueur, la masse, la contenance** : Comparer et classer des objets selon leur longueur, leur masse. Mesurer, estimer des longueurs, des distances, des masses. Comparer des volumes. Connaître et utiliser les unités légales du système métrique, les unités usuelles de longueur (*m et cm ; km et m*), de masse (*kg et g*), de contenance (*litre*), les conversions. Utiliser la règle graduée pour tracer des segments, comparer des longueurs. Evaluer le périmètre d'un polygone. Connaître et appliquer la formule du périmètre du carré et du rectangle, la formule de la longueur du cercle, la formule du volume du pavé droit (initiation à l'utilisation d'unités métriques de volume).
- **La surface** : mesurer ou estimer l'aire d'une surface (grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé). Comparer, classer, ranger des surfaces selon leurs aires, connaître et utiliser les unités usuelles (*cm², m² et km²*) et les conversions. Formule de l'aire d'un carré, d'un rectangle et d'un triangle.
- **L'angle** : comparer les angles d'une figure en utilisant un gabarit. Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus. Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. L'utilisation du rapporteur relève du collège.
- **Le temps** : connaître divers instruments de mesure (horloge, montres, calendrier, sablier, chronomètre...). Le repérage du temps : lecture de l'heure et du calendrier. Connaître les unités de temps (*heure et demi heure, heure et minute*) et leurs relations. Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.