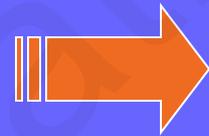


La construction du nombre chez l'enfant



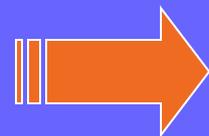
A quoi servent les nombres ?

- A désigner une quantité :
« autant ? », « y a-t-il plus ? », « combien ? »



aspect cardinal

- A désigner une position dans une suite :
« où ? », « après qui ? », « avant qui ? »



aspect ordinal



«autant ?» sans les nombres...



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

«autant ?» sans les nombres...



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

«autant ?» sans les nombres...

- on prend les chapeaux et on fait l'appariement un personnage - un chapeau
- mise en correspondance terme à terme
- résultat : on a vérifié que les deux collections sont équipotentes

- on n'a pas eu besoin de savoir combien il y avait de personnages ou de chapeaux



on n'a pas eu besoin de mémoriser la quantité



Alors pourquoi
les nombres ?

4

5

7

1

3

2

9

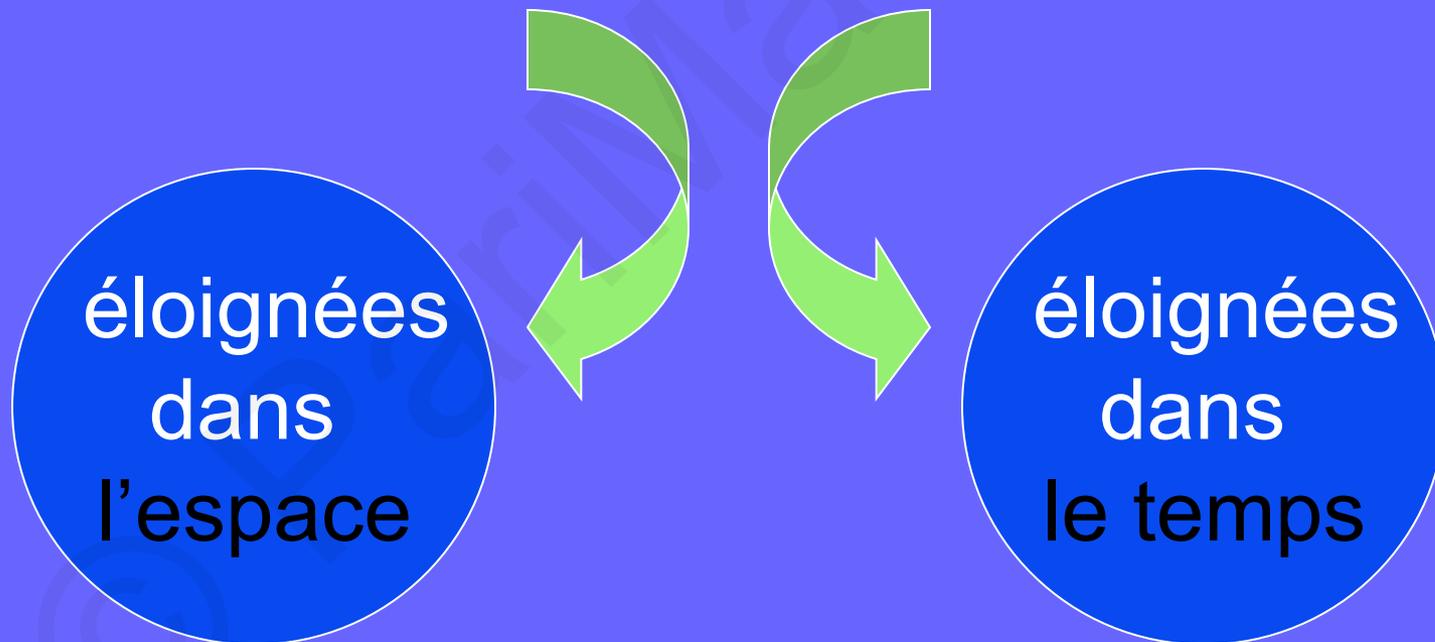
8

0

6

1. Mémoire de la quantité

- pour reconstituer une collection
- pour comparer deux collections



Voitures et garages MS

La tâche de l'enfant :

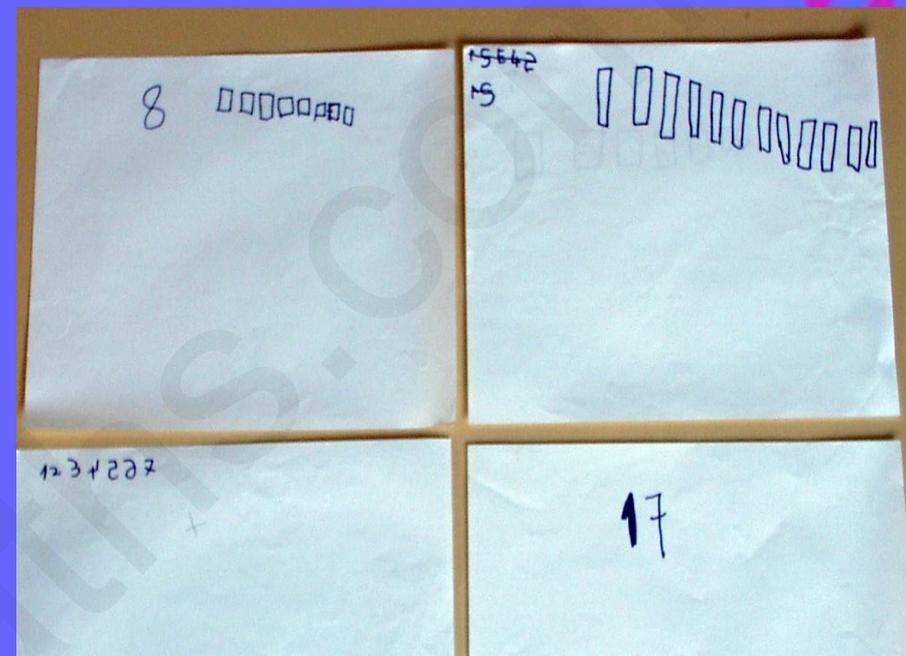
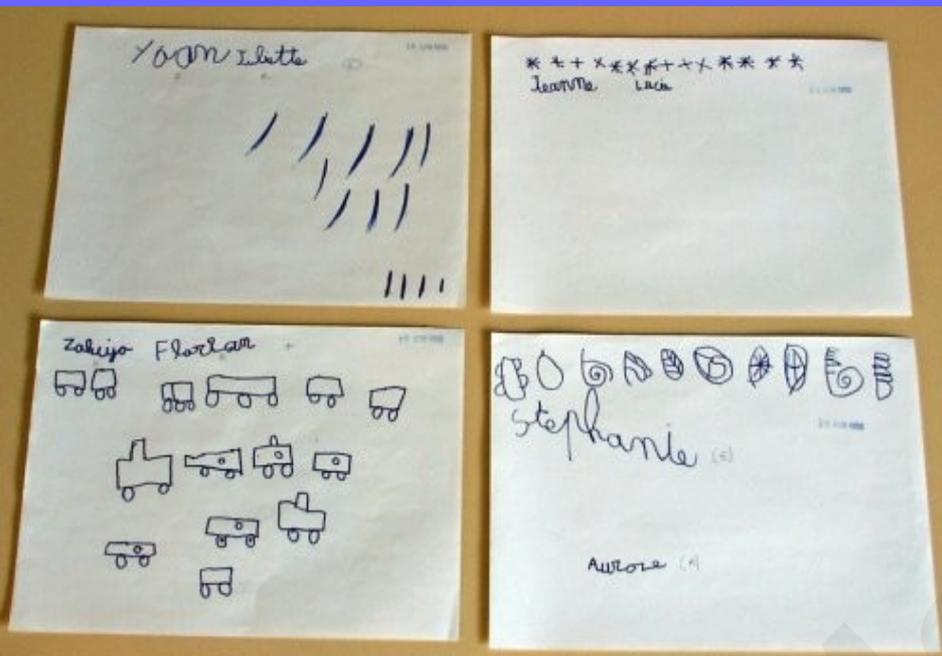
Construire une collection de garages ayant autant d'éléments qu'il a de voitures.



Voitures et garages

- **Variables didactiques**
 - La taille de la collection
 - La possibilité de déplacer les objets de la collection pour les énumérer
 - L'éloignement des collections dans l'espace ou dans le temps
- **Procédures**
 - Certains vont résoudre le problème sans utilisation du nombre : prendre beaucoup à pleine main, estimation globale perceptive
 - D'autres vont utiliser le nombre...





- Le recours au nom du nombre est le plus naturel dans la phase de communication orale
- Dans la phase de communication écrite, le nombre peut apparaître chez l'émetteur du message ou chez le récepteur



Estimer une quantité : une procédure évolutive

- La perception globale ou « subitizing »



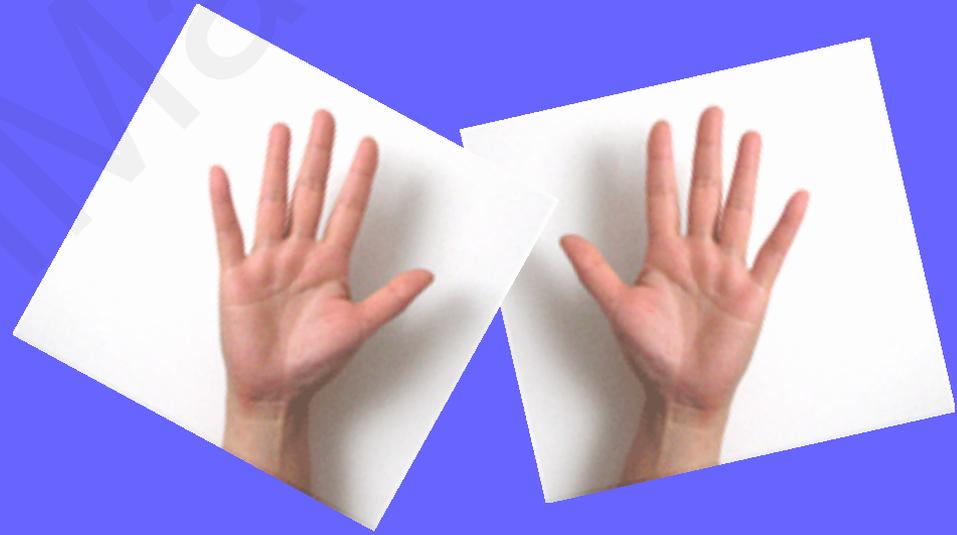
Estimer une quantité : une procédure évolutive

- La perception globale ou « subitizing »
une vision claire, exacte et quasi-immédiate du
nombre d'objets d'une très petite collection



Estimer une quantité : une procédure évolutive

- La perception globale ou « subitizing »
- La reconnaissance de configurations connues



Estimer une quantité : une procédure évolutive

- La perception globale ou « subitizing »
- La reconnaissance de configurations connues
- L'évaluation globale
 - pour de grandes quantités
 - quantification rapide et approximative



Estimer une quantité : une procédure évolutive

- La perception globale ou « subitizing »
- La reconnaissance de configurations connues
- L'évaluation globale
- Le comptage :
 - avantage : évaluation précise de collections de toutes tailles
 - inconvénient : le temps et le risque d'erreurs



Le comptage, un outil qui a évolué dans le temps



1. Réalisation d'une collection intermédiaire d'objets
 - collections équipotentes
2. Réalisation d'une collection intermédiaire de mots ou de signes
 - autant de mots ou de signes que d'objets, par exemple la liste des prénoms des enfants à qui distribuer un gâteau
3. Utilisation d'une collection stable et conventionnelle, qui pourrait être les lettres de l'alphabet
 - ordre stable donc répétable
 - liste conventionnelle donc communicable



La suite stable et conventionnelle « la comptine numérique »

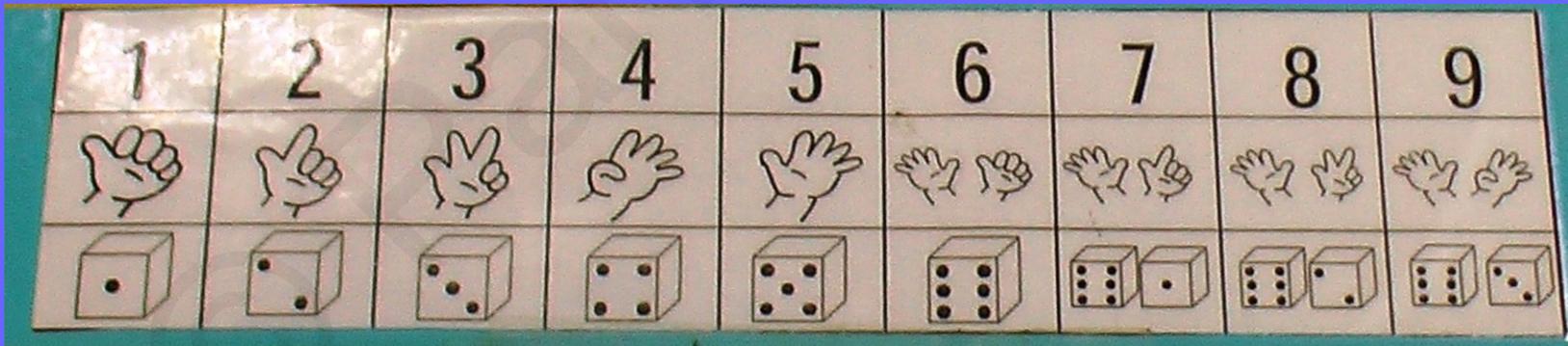
« *un, deux, trois, quatre, cinq...* »

- c'est la suite de référence
- la suite canonique des mots-nombres



Un outil : la bande numérique

- Pour accompagner et dépasser la comptine numérique, il y a la bande numérique
 - une bande numérique pour la classe
 - une bande numérique individuelle évolutive
 - à construire avec les élèves dès le cycle 1



Le dénombrement / comptage avec la suite numérique

- Principe d'ordre stable

La stabilité de l'ordre des mots de la comptine permet de retrouver le même résultat à chaque fois

- Principe de correspondance terme à terme

Enumération, relation entre le mot-nombre et l'objet

- Principe de cardinalité

Le dernier mot-nombre prononcé représente le nombre d'éléments de la collection

- Principe d'abstraction

La nature des objets n'influe pas sur le cardinal

- Principe de non pertinence de l'ordre

L'ordre dans lequel les objets sont énumérés n'influe pas sur le résultat



La question de la conservation de la quantité

■ Chez l'enfant avant 5-6 ans

La réunion des parties d'une collection n'est pas égale à la totalité de cette collection



Hors du sac, l'enfant compte deux bonbons rouges et trois bonbons verts. Dans le sac il compte qu'il met cinq bonbons, mais il n'est pas clair pour lui qu'il y ait encore trois bonbons verts.

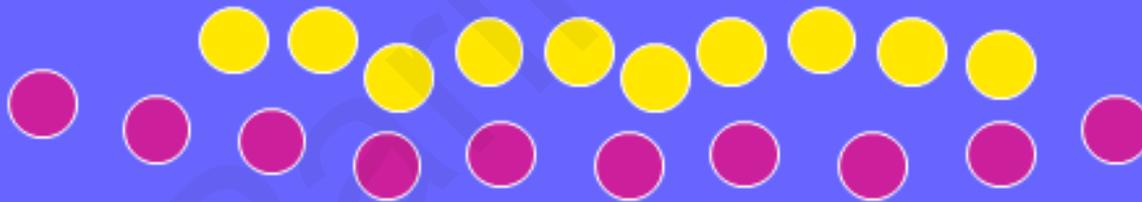


La question de la conservation de la quantité

- Chez l'enfant avant 5-6 ans,



La modification de la disposition des éléments modifie le nombre d'éléments



- A partir de 5-6 ans

Après le déplacement, l'enfant peut dire : « C'est pareil parce qu' on n'a rien enlevé ni ajouté »



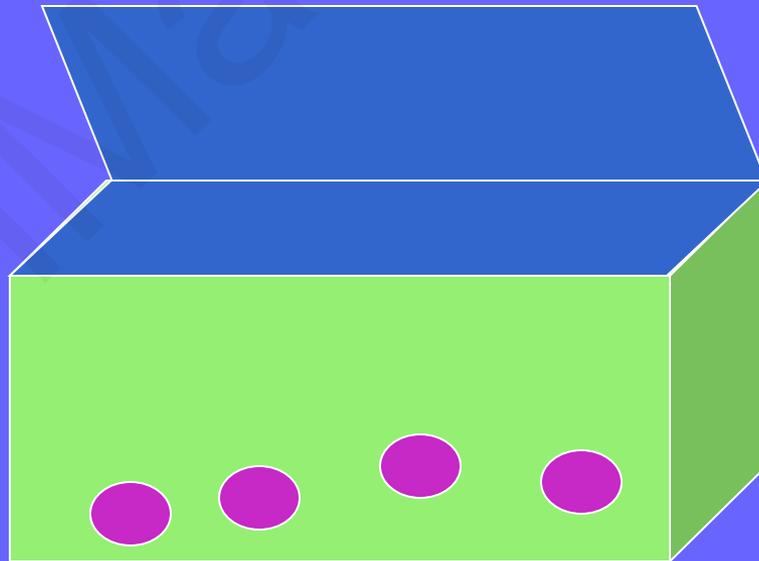
2. Les nombres pour anticiper

- Anticiper le résultat d'une action avant de la faire
 - si les objets ne sont pas accessibles pour effectuer la transformation de la collection
 - si l'action n'est pas réversible



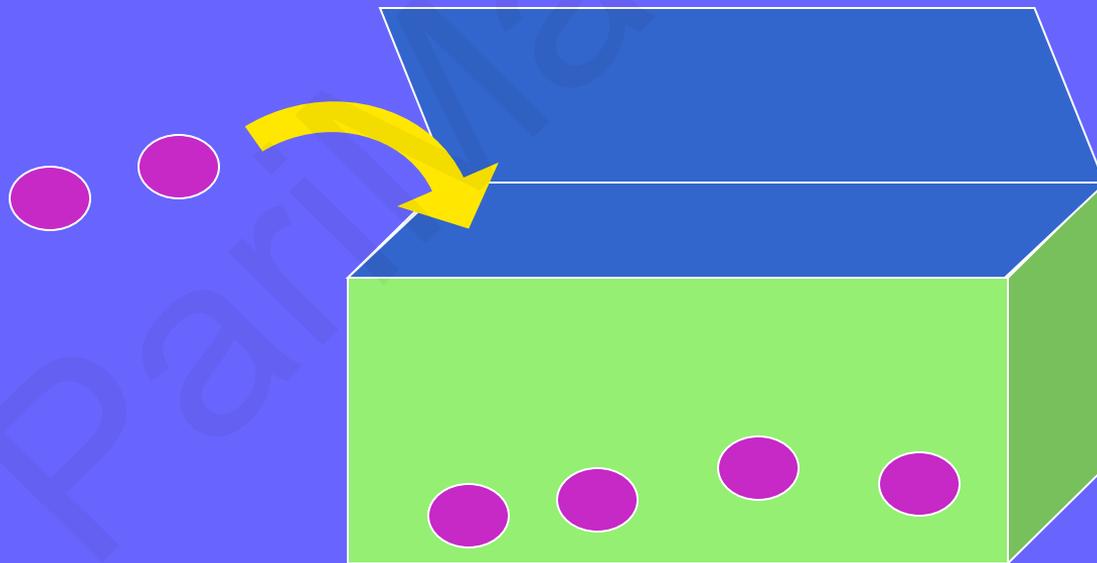
Le jeu des boîtes noires

1. On place des jetons dans une boîte : les enfants savent qu'il y a 4 jetons



Le jeu des boîtes noires

1. On place des jetons dans une boîte
2. On rajoute 2 jetons sans montrer le contenu final de la boîte



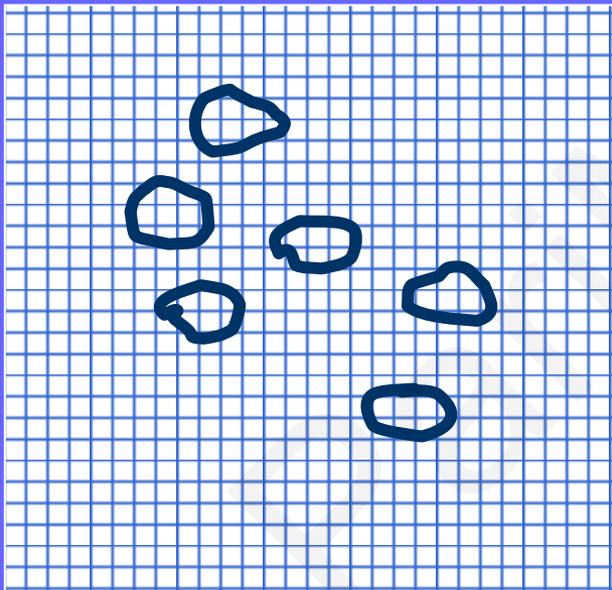
Le jeu des boîtes noires

1. On place des jetons dans une boîte
1. On rajoute 2 jetons sans montrer le contenu final de la boîte
1. Combien y a-t-il de jetons dans la boîte ?



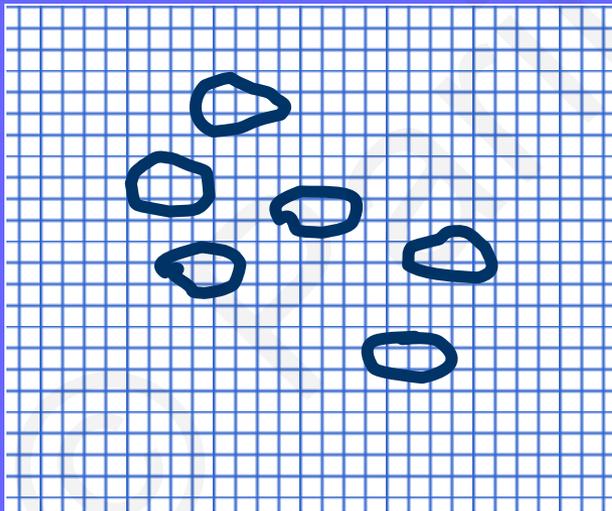
Compter ou calculer ?

- Utiliser une collection intermédiaire : dessins, doigts...



Compter ou calculer ?

- Utiliser une collection intermédiaire : dessins, doigts...
- Recompter à partir de 1 : « 1, 2, 3, 4, 5, 6 »
- Surcompter :
« j'en ai 4, puis j'en ai 5, puis j'en ai 6 »



Compter ou calculer ?

- Utiliser une collection intermédiaire : dessins, doigts, bande numérique...
- Utiliser la suite numérique et surcompter à partir de 4 : « 5, 6 » en itérant deux fois
- Utiliser le calcul $4 + 2 = 6$
 - on opère directement sur les signes linguistiques
- Variante : on enlève des jetons de la boîte
 - compter
 - décompter : « 6 », « 5 » donc résultat « 4 »
 - calculer



Dénombrer une collection reste une procédure encore fragile à l'issue de la Grande Section.

Situations contextualisées en maternelle sans utilisation de syntaxe mathématique.

Décontextualisation et formalisation des savoirs en CP.

*1, 2, 3, je sais compter,
même avec mes doigts de pieds !
si je prends aussi mes mains
je compterai jusqu'à 20 !
1,2,..... 20*



Les apprentissages numériques au cycle 1

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Un exemple de progression

Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30

En Petite Section

- Suite orale intégrée par imprégnation et répétition (maître, marionnette...)
- Connaissance du nombre jusqu'à 5 (au-delà de la récitation de la comptine jusqu'à 10)
- De 1 à 6 : constellations du dé



En Moyenne Section

- Connaissance orale et reconnaissance chiffrée de 1 à 10 (30 en fin d'année)
- MS/GS : on allonge, on compte de deux en deux, on démarre en route
- De 1 à 12 : face(s) de dé(s) ou dominos

En Grande Section

- Régularité de la suite, mots nouveaux
- Connaissance orale, reconnaissance chiffrée et écriture de 1 à 30
- Décomposition en domino ($6+1...$ ou $5+2...$)



Les pré-requis au concept de nombre

- Concept de collection
 - ✓ Trier
 - ✓ Classer, désigner
 - ✓ Ordonner, ranger
 - ✓ Mettre en relation
 - ✓ Énumérer, lister
 - ✓ Compléter des suites
- Concept de désignation
- Concept d'énumération
- Concept d'ordre



Donner du sens aux nombres

Faire percevoir l'utilité du nombre comme outil pour...

- comparer des quantités, les mémoriser.
- réaliser une collection ayant autant, plus ou moins d'objets qu'une autre collection.
- communiquer des informations sous forme orale ou écrite.
- repérer des positions.
- anticiper le résultat d'une action sur des quantités ou des positions, sans manipulation (problèmes additifs, collection double, triple, partages équitables...).



Conclusion

4

5

7

1

3

9

8

0

6

Les contextes d'usage des nombres

- cardinal

 - Evaluation de la quantité

- ordinal

 - Repérage par rapport à la suite numérique

- mesure

 - Longueur, monnaie, masse... en association avec une unité

- non numérique

 - Codage (carte bleue), numérotage (téléphone)



Deux aspects du nombre à enseigner simultanément

La désignation du nombre, d'abord orale, sera progressivement liée avec les constellations, puis avec les écritures chiffrées.

L'usage du nombre « mémoire » débouche, en GS, sur l'utilisation du code écrit chiffré.

Progressivement, on organise les objets d'une collection pour en maîtriser la quantité.



Les nombres, des outils pour les élèves

- pour mémoriser
- anticiper
- comparer
- partager

Des procédures non numériques...

- correspondance terme à terme

... aux procédures numériques

- dénombrement / comptage
- calcul

Des situations contextualisées...

- ordinal, cardinal, mesure

... ou pas

- travail sur le calcul, la suite numérique





Un projet pluridisciplinaire à la « découverte du monde » en PS